

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Nikola Žarić

**VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE SA
REALNIM I KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM
VREMENA: HARDVERSKE REALIZACIJE I
PRIMJENA U DIGITALNOM WATERMARKINGU**

- Doktorska teza -

Podgorica, 2010

PODACI I INFORMACIJE O DOKTORANTU

Ime i prezime: **Nikola Žarić**

Datum i mjesto rođenja: **26. 07. 1982. godine, Podgorica, Crna Gora**

Naziv završenog postdiplomskog studijskog programa i godina završetka: **Računari, magistarski rad odbranjen 29. 12. 2006. godine**

INFORMACIJE O DOKTORSKOJ DISERTACIJI

Naziv doktorskih studija: **Doktorske studije elektrotehnike**

Naziv teze: **Vremensko-frekvencijske distribucije sa realnim i kompleksnim argumentom vremena: hardverske realizacije i primjena u digitalnom watermarkingu**

Fakultet na kojem je disertacija odbranjena: **Elektrotehnički fakultet, Podgorica**

UDK, OCJENA I ODBRANA DOKTORSKE DISERTACIJE

Datum prijave doktorske teze: **27.08.2008. godine**

Datum sjednice Senata Univerziteta na kojoj je prihvaćena teza: **02.10.2008. godine**

Komisija za ocjenu podobnosti teze i kandidata:

Prof. dr Zdravko Uskoković

Prof. dr Srdjan Stanković

Doc. dr Miloš Daković

Mentor: **Prof. dr Srdjan Stanković**

Komisija za ocjenu doktorske disertacije:

Prof. dr Zdravko Uskoković

Prof. dr Srdjan Stanković

Doc. dr Miloš Daković

Komisija za odbranu doktorske disertacije:

Prof. dr Zdravko Uskoković

Prof. dr Srdjan Stanković

Prof. dr Željko Đurović

Prof. dr Cleo Baras

Prof. dr Veselin Ivanović

Datum odbrane: 08.04.2010. godine

Datum promocije: _____

Zahvaljujem se svom mentoru Prof. dr Srdjanu Stankoviću na pruženoj podršci, motivaciji i ohrabrenju, ukazanom povjerenju, izuzetnom strpljenju, korisnim idejama i savjetima koji su mi pomogli prilikom rada na doktorskoj tezi.

Posebno se zahvaljujem Prof. dr Zdravku Uskokoviću, na komentarima i sugestijama prilikom pisanja naučnih radova, na kojima je i bazirana ova teza.

Zahvalnost dugujem Prof. dr Cornelu Ioani (Institute of Technology Grenoble, Francuska) na naučno-istraživačkoj saradnji i korisnim diskusijama tokom rada na tezi.

REZIME

U radu su analizirane vremensko-frekvencijske distribucije sa realnim i kompleksnim argumentom vremena. Razmatrana je generalizovana forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena, pogodna za analizu signala sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom. Modifikovanjem koncentracione funkcije omogućeno je predstavljanje multikomponentnih signala bez kros-članova. Rezultantna distribucija je definisana kao konvolucija predložene koncentracione funkcije i S-metoda. Za slučaj nestacionarnih signala zahvaćenih impulsnim šumom, kombinovan je prethodno uvedeni pristup i koncept robustne estimacije. Naime, predložena je L-estimacija robustne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom, čime je omogućena efikasna analiza izrazito nestacionarnih signala zahvaćenih kombinovanim impulsnim i Gauss-ovim šumom.

Poseban dio rada posvećen je hardverskim realizacijama vremensko-frekvencijskih distribucija. Razmatrana je FPGA implementacija distribucija sa kompleksnim argumentom vremena, čime je omogućena njihova primjena u realnom vremenu. Takođe, razvijena je hardverska realizacija robustne kratkotrajne Fourier-ove transformacije i robustnog S-metoda. U cilju efikasne realizacije robustnih distribucija, razvijena je rekurzivna realizacija Bitonic sort algoritma.

U zadnjem dijelu vremensko-frekvencijska analiza primijenjena je u digitalnom watermarkingu, jednoj od aktuelnih i intenzivno razvijanih oblasti za zaštitu digitalnih podataka. Pokazano je da korišćenje vremensko-frekvencijskog domena, u watermarkingu multimedijalnih signala (govornih signala, slike i video signala), daje niz prednosti, u odnosu na vremenski/prostorni ili frekvencijski domen. U vremensko-frekvencijskom domenu watermark je modelovan u skladu sa najznačajnijim komponentama signala, čime je, s jedne strane obezbijeđena njegova neperceptibilnost, a s druge strane znatno bolja robustnost. Eksperimentalno je pokazano da se u prisustvu standardnih ataka postiže pouzdana detekcija watermarka. Potrebno je napomenuti da su u skladu sa dimenzionalnošću signala korišćene: jednodimenzione, dvodimenzione distribucije ili njihova kombinacija.

ABSTRACT

Time-frequency distributions with real and complex lag argument are analyzed. The generalized form of time-frequency distributions with complex-lag argument, suitable for analysis of signal with fast varying instantaneous frequency, is considered. The concentration function is modified to provide cross-terms free representation for multicomponent signals. The resulting distribution is defined as convolution of the S-method and concentration function. The previous concept and the concept of robust estimation are combined in the case of nonstationary signals corrupted by impulse noise. The L-estimate forms of complex-lag time-frequency distributions are proposed. They provide an efficient analysis of highly nonstationary signals corrupted by a mixture of impulse and Gaussian noise.

Significant part of this work is devoted to the hardware realization of time-frequency distributions. The FPGA realization that provides real-time implementation of the complex-lag time-frequency distributions is proposed. Also, the FPGA implementations of the robust short-time Fourier transform and the robust S-method are considered. A recursive realization of the Bitonic sort network that provides an efficient implementations of the robust distributions is proposed, as well.

In the last part of the thesis, the time-frequency analysis is applied to digital watermarking. It has been shown that watermarking in the time-frequency domain exhibits a lot of advantages compared to time/space or frequency domain separately. In the time-frequency domain watermark is modeled according to the most significant signal components, which provides its imperceptibility and high degree of robustness. Time-frequency distributions are used for speech watermarking, space/spatial-frequency distributions for image watermarking, while their combination is employed for video watermarking. It has been shown experimentally that an efficient detection have been achieved in the presence of various common attacks.

SADRŽAJ

UVOD	1
1 VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA	3
1.1 GENERALNA FORMA VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA	3
1.1.1 <i>Specijalni slučajevi generalne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom</i>	6
1.2 MODIFIKACIJA ZA SLUČAJ MULTIKOMPONENTNIH SIGNALA	9
1.3 PRIMJERI	18
2 ROBUSTNE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE	22
2.1 ROBUSTNA KRATKOTRAJNA FOURIER-OVA TRANSFORMACIJA	22
2.2 ROBUSTNA WIGNER-OVA DISTRIBUCIJA	27
2.3 ROBUSTNE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA	29
2.3.1 <i>Modifikacija za slučaj multikomponentnih signala</i>	35
2.3.2 <i>Kombinovana robustna forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom</i>	37
2.4 PRIMJERI	39
3 HARDVERSKA REALIZACIJA GENERALIZOVANE FORME VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM	45
3.1 PARALELNA ARHITEKTURA	45
3.1.1 <i>Arhitektura za realizaciju STFT</i>	47
3.1.2 <i>Arhitektura za realizaciju S-metoda</i>	48
3.1.3 <i>Arhitektura za realizaciju koncentracione funkcije</i>	50
3.2 SERIJSKA ARHITEKTURA	60
3.3 PRAKTIČNI ASPEKTI REALIZACIJE SISTEMA	64
3.4 FPGA IMPLEMENTACIJA PARALELNE ARHITEKTURE	67

4 HARDVERSKA REALIZACIJA ROBUSTNIH VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA	74
4.1 ARHITEKTURA ZA REALIZACIJU ROBUSTNIH VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA	74
4.1.1 <i>Arhitektura za realizaciju algoritma za sortiranje</i>	75
4.2 ANALIZA PREDLOŽENOG SISTEMA	83
4.3 FPGA IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA RAČUNANJE RSTFT	85
5 PRIMJENE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE ANALIZE U DIGITALNOM WATERMARKINGU	90
5.1 DIGITALNI WATERMARKING.....	90
5.1.1 <i>Optimalna detekcija watermarka</i>	93
5.2 PRIMJENA VREMENSKO-FREKVENCIJSKE ANALIZE U DIGITALNOM WATERMARKINGU GOVORNIH SIGNALA.....	98
5.3 DIGITALNI WATERMARKING SLIKE PRIMJENOM PROSTORNO-FREKVENCIJSKE ANALIZE	103
5.3.1 <i>Odabir regiona za umetanje watermarka</i>	103
5.3.2 <i>Procedura modelovanja watermarka</i>	108
5.3.3 <i>Umetanje i detekcija watermarka</i>	109
5.4 DIGITALNI VIDEO WATERMARKING PRIMJENOM KOMBINOVANE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE I PROSTORNO-FREKVENCIJSKE ANALIZE	111
ZAKLJUČAK	115
LITERATURA	117
LISTA REFERENCI MR NIKOLE ŽARIĆA.....	128

UVOD

Promjena frekvencijskog sadržaja tokom vremena karakteristična je za veliki broj realnih signala, kao što su: govorni, radarski, biomedicinski, seizmički, sonarski signali, vibracije mašina, itd. Uvođenje združene vremensko-frekvencijske analize omogućilo je praćenje promjena frekvencijskog sadržaja signala tokom vremena. U posljednjih nekoliko decenija ovaj način analize signala postao je standardan u aplikacijama za obradu signala i omogućio je dobijanje brojnih informacija o fizičkim karakteristikama signala. Da bi se obezbijedila efikasna analiza i što bolje predstavljanje nestacionarnih signala definisane su brojne vremensko-frekvencijske distribucije.

U prvom poglavlju rada su razmatrane vremensko-frekvencijske distribucije sa kompleksnim argumentom vremena. Analiziran je uticaj povećanja reda distribucije na poboljšanje predstavljanja signala sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom. Predložena je modifikovana forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom, koja u slučaju multikomponentnih signala omogućava eliminisanje kros-članova.

Imajući u vidu da standardne distribucije pokazuju niz nedostataka za signale zahvaćene impulsnim šumom, u drugom poglavlju su analizirane robustne vremensko-frekvencijske distribucije. Generalizovana forma robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena definisana je na bazi distribucija sa kompleksnim argumentom i kvadratnih formi robustnih distribucija. L-estimacija distribucija sa kompleksnim argumentom obezbjeđuje efikasno predstavljanje izrazito nestacionarnih signala zahvaćenih kombinovanim Gauss-ovim i impulsnim šumom. U cilju smanjivanja zahtijevnosti u računanju, predložena je kombinovana forma robustnih distribucija sa kompleksnim argumentom.

Treće poglavlje je posvećeno hardverskoj implementaciji vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom. Predložena su dva načina realizacije: paralelna arhitektura koja omogućava brže računanje distribucije i serijska

arhitektura koja zahtijeva znatno manji broj komponenti. Hardverska realizacija je dizajnirana da omogući implementaciju u realnom vremenu, uz prevazilaženje grešaka koje se, usljed ograničene preciznosti, mogu javiti u softverskoj realizaciji. Na kraju ovog poglavlja razmatrana je FPGA (Field Programmable Gate Array) realizacija i dizajniran je FPGA čip za koncentracionu funkciju. Karakteristike FPGA čipa pokazuju da se predložena implementacija može koristiti u aplikacijama koje zahtijevaju veliku brzinu obrade u realnom vremenu. Za realizaciju prirodnog logaritma, sinusne i kosinusne funkcije, predložena su hardverska rješenja prilagođena računanju distribucije.

Hardverska realizacija robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija, baziranih na principu L-estimacije, predložena je u četvrtom poglavlju. Posebna pažnja je posvećena realizaciji procedure sortiranja, kao računski najzahtjevnijeg dijela pri realizaciji robustnih distribucija. Predložena je rekurzivna realizacija Bitonic sort algoritma, koja omogućava brzo sortiranje niza elemenata uz upotrebu malog broja komponenti. Dizajnirana je kontrolna logika, koja automatski generiše signale za sinhronizaciju i pouzdan rad kola. Na kraju četvrtog poglavlja data je FPGA implementacija robustne STFT.

Primjena vremensko-frekvencijske analize u digitalnom watermarkingu multimedijalnih podataka razmatrana je u petom poglavlju. Određivanje regiona pogodnih za umetanje watermarka, kod govornih signala, bazirano je na vremensko-frekvencijskoj analizi. Watermark je kreiran kao binarni logo koji je umetnut u bit ravni odabranih koeficijenata diskretne Fourier-ove transformacije. Generalizacija prethodnog pristupa je korišćena za klasifikaciju stacionarnih i nestacionarnih regiona slike. Na osnovu prostorno-frekvencijskih karakteristika izdvojenih nestacionarnih regiona, izvršeno je modelovanje watermarka, koji je nakon toga umetnut u prostorno-frekvencijski domen. Detekcijom watermarka u prostorno-frekvencijskom domenu, postignute su znatno manje vjerovatnoće greške u odnosu na detekciju u prostornom ili frekvencijskom domenu zasebno. Kombinovanjem vremensko-frekvencijske i prostorno-frekvencijske analize izvršeno je watermarkiranje video signala.

GLAVA 1

VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA

U posljednjih nekoliko decenija intenzivno su izučavane i razvijane procedure za analizu i obradu signala čije se frekvencijske karakteristike mijenjaju u vremenu. U tu svrhu su predložene brojne vremensko-frekvencijske distribucije [1]-[10]. Uvođenje distribucija sa kompleksnim argumentom omogućilo je vremensko-frekvencijsko predstavljanje sa proizvoljno visokom vremensko-frekvencijskom rezolucijom [11]-[17]. Stoga je u ovom poglavlju analizirana generalizovana forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena. Predložena je forma distribucija sa kompleksnim argumentom pogodna za predstavljanje multikomponentnih signala sa brzim promjenama trenutne frekvencije.

1.1 GENERALNA FORMA VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA

Vremensko-frekvencijska reprezentacija (time-frequency representation - TFR) signala $s(t) = Ae^{j\Phi(t)}$ se, u opštem obliku, može zapisati kao [4]:

$$TFR(t, \omega) = 2\pi A^2 \delta(\omega - \Phi'(t)) *_{\omega} FT\{e^{jQ(t, \tau)}\}, \quad (1.1)$$

pri čemu idealno koncentrisana TFR ima oblik:

$$ITFR(t, \omega) = 2\pi A^2 \delta(\omega - \Phi'(t)). \quad (1.2)$$

gdje $\Phi'(t)$ predstavlja prvi izvod faze (trenutnu frekvenciju). Na osnovu prethodnih relacija se može zaključiti da član $FT\{e^{jQ(t,\tau)}\}$ u relaciji (1.1) predstavlja odstupanje od idealne TFR, odnosno $Q(t, \tau)$ predstavlja faktor rasipanja (spread factor). Dakle, da bi se omogućila dobra vremensko-frekvencijska rezolucija, potrebno je da faktor rasipanja bude što manji. U tu svrhu uvedene su vremensko-frekvencijske distribucije sa kompleksnim argumentom vremena.

Generalna forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena (GCD^N) definisana je kao [14]:

$$GCD^N(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{p=0}^{N-1} s^{w_{N,p}^{N-1}} \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (1.3)$$

gdje N predstavlja red distribucije, dok su sa $w_{N,p} = e^{j2\pi p/N}$ ($p = 0, 1, \dots, N-1$), označeni korijeni na jediničnom krugu. Moment signala sa kompleksnim argumentom vremena je:

$$M^N(t, \tau) = \prod_{p=0}^{N-1} s^{w_{N,p}^{N-1}} \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right). \quad (1.4)$$

Uzimajući da se signal $s(t)$ može zapisati u obliku $s(t) = Ae^{j\Phi(t)}$, dobija se faza momenta signala sa kompleksnim argumentom:

$$\text{Angle}[M^N(t, \tau)] = \sum_{p=0}^{N-1} \Phi \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right) w_{N,p}^{N-1}. \quad (1.5)$$

Razvojem funkcije faze u Taylor-ov red, prethodna relacija postaje:

$$\text{Angle} \left[M^N(t, \tau) \right] = \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{\infty} \Phi^{(i)}(t) \frac{w_{N,p}^i \tau^i}{i! N^i} w_{N,p}^{N-1}. \quad (1.6)$$

Imajući na umu da za korijene na jediničnom krugu važi [14]:

$$\sum_{p=0}^{N-1} w_{N,p}^g = \begin{cases} N & \text{ako je } g = 0 \pmod{N} \\ 0 & \text{ako nije,} \end{cases} \quad (1.7)$$

slijedi da će, u relaciji (1.6), nenulte vrijednosti imati članovi $i = 1, N+1, 2N+1, \dots, pN+1$. Dakle, faza momenta se može zapisati kao:

$$\sum_{p=0}^{N-1} \Phi \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right) w_{N,p}^{N-1} = N \sum_{p=0}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{(pN+1)}}{(pN+1)! N^{(pN+1)}}, \quad (1.8)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \sum_{p=0}^{N-1} \Phi \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right) w_{N,p}^{N-1} &= \Phi'(t) \tau + N \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{(pN+1)}}{(pN+1)! N^{(pN+1)}} \\ &= \Phi'(t) \tau + Q(t, \tau). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Na osnovu prethodnih relacija slijedi da je faktor rasipanja za generalnu formu vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom:

$$Q(t, \tau) = \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{(pN+1)}}{(pN+1)! N^{pN}}. \quad (1.10)$$

Primijetimo da će u faktoru rasipanja biti prisutni samo članovi koji sadrže izvode faze reda $N+1$, $2N+1$, ..., $pN+1$. Za veće N izvodi faze u faktoru rasipanja biće značajno redukovani, imajući u vidu da je $(pN+1)!N^{pN}$ veliko.

Dakle, povećanjem reda distribucije može se postići proizvoljno visoka koncentracija.

1.1.1 Specijalni slučajevi generalne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom

Da bi izvršili precizniju analizu uticaja reda N na formu distribucije, kao i na odgovarajući faktor rasipanja, posmatraćemo nekoliko karakterističnih slučajeva. Uzmimo najprije najjednostavniji slučaj kada je $N=1$. Tada se relacija (1.3) svodi na:

$$GCD^{N=1}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t+\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (1.11)$$

što uz uvođenje prozora $w(\tau)$ predstavlja kratkotrajnu Fourier-ovu transformaciju (short-time Fourier transform - STFT):

$$STFT(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} w(\tau) s(t+\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.12)$$

Faktor rasipanja za STFT je:

$$Q(t, \tau) = \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{pN+1}}{N^{pN} (pN+1)!} \Big|_{N=1} = \Phi^{(2)}(t) \frac{\tau^2}{2!} + \Phi^{(3)}(t) \frac{\tau^3}{3!} + \dots \quad (1.13)$$

Vidimo da $Q(t, \tau)$ sadrži sve izvode faze počev od drugog. To znači da STFT može obezbijediti idealnu koncentraciju samo za sinusoidalne signale.

Posmatrajmo sada slučaj $N=2$, za koji je $w_{2,p} \in [1, -1]$, $p = 0, 1$. U tom slučaju se dobija distribucija oblika:

$$GCD^{N=2}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.14)$$

Za slučaj signala sa jediničnom amplitudom $s(t) = e^{j\Phi(t)}$, važi da je $s^{-1}(t) = s^*(t)$, gdje “*” označava operaciju konjugovanja. Dakle, za ovaj tip signala, prethodnu relaciju možemo zapisati kao:

$$GCD^{N=2}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (1.15)$$

što, ustvari, predstavlja Wigner-ovu distribuciju (WD). Na osnovu relacije (1.10) slijedi da je faktor rasipanja za Wigner-ovu distribuciju:

$$Q(t, \tau) = \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{pN+1}}{N^{pN} (pN+1)!} \Big|_{N=2} = \Phi^{(3)}(t) \frac{\tau^3}{2^2 3!} + \Phi^{(5)}(t) \frac{\tau^5}{2^4 5!} + \dots \quad (1.16)$$

Vidimo da prvi član u faktoru rasipanja sadrži treći izvod faze. Zatim slijede članovi sa: petim, sedmim i višim neparnim izvodima faze. Dakle, u Wigner-ovoj distribuciji su svi parni izvodi faze eliminisani. Shodno prethodnom, može se zaključiti da Wigner-ova distribucija može obezbijediti idealnu koncentraciju i za linearno frekvencijski modulirane signale.

Posmatrajmo sada slučaj $N=4$. Tada faktor: $w_{4,p} = e^{j2\pi p/4}$ ($p=0,1,2,3$), ima vrijednosti: $[1, j, -1, -j]$. Uvrštavanjem ovih vrijednosti u relaciju (1.3), dobija se:

$$GCD^{N=4}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{4}\right) s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{4}\right) s^{-j}\left(t + j\frac{\tau}{4}\right) s^j\left(t - j\frac{\tau}{4}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.17)$$

Ukoliko se umjesto $s^{-1}(t)$ uzme $s^*(t)$ (što važi za signale sa jediničnom amplitudom), dobija se distribucija sa kompleksnim vremenom, [11], [12]:

$$CTD(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{4}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{4}\right) s^{-j}\left(t + j\frac{\tau}{4}\right) s^j\left(t - j\frac{\tau}{4}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.18)$$

Za ovu distribuciju je:

$$Q(t, \tau) = \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{pN+1}}{N^{pN} (pN+1)!} \Big|_{N=4} = \Phi^{(5)}(t) \frac{\tau^5}{4^4 5!} + \Phi^{(9)}(t) \frac{\tau^9}{4^8 9!} + \dots \quad (1.19)$$

Možemo uočiti da prvi član u $Q(t, \tau)$ sadrži peti izvod faze. Zatim slijedi član sa devetim izvodom faze i tako dalje. Takođe, može se vidjeti da su ovi članovi redukovani u odnosu na članove istog reda u Wigner-ovoj distribuciji.

Daljim povećanjem reda distribucije N postiže se dodatno povećanje koncentracije. Tako se za $N=6$ dobija GCD distribucija šestog reda:

$$\begin{aligned} GCD^{N=6}(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{6}\right) s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{6}\right) \\ &\times s^{-\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\left(t + \left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{\tau}{6}\right) s^{\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\left(t + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{\tau}{6}\right) \\ &\times s^{-\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\left(t + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{\tau}{6}\right) s^{\left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}\left(t + \left(\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\frac{\tau}{6}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Za GCD šestog reda imamo:

$$Q(t, \tau) = \sum_{p=1}^{\infty} \Phi^{(pN+1)}(t) \frac{\tau^{pN+1}}{N^{pN} (pN+1)!} \Big|_{N=6} = \Phi^{(7)}(t) \frac{\tau^7}{6^6 7!} + \Phi^{(13)}(t) \frac{\tau^{13}}{6^{12} 13!} + \dots \quad (1.21)$$

Prvi član u faktoru rasipanja sadrži sedmi izvod faze, zatim slijedi član sa trinaestim izvodom, itd. Dakle, pomoću distribucije šestog reda idealno se mogu predstaviti polinomijalno frekvencijski modulirani signali šestog ili manjeg reda, što značajno prevazilazi mogućnosti prethodno razmatranih distribucija. Primijetimo da i u slučaju signala kod koga je prisutan veliki broj izvoda faze (kao na primjer sinusoidalno frekvencijski modulirani signali) distribucija šestog reda obezbjeđuje dobru koncentraciju.

U prethodnim relacijama se pojavljuju članovi signala sa kompleksnim argumentom vremena. Ovi članovi se mogu izračunati korišćenjem koncepta analitičkog proširenja signala:

$$s\left(t \pm w_{N,p} \frac{\tau}{N}\right)_q = \int_{-W_q}^{W_q} S(\omega) e^{j\left(t \pm \tau \frac{w_{N,p}}{N}\right)\omega} d\omega, \quad (1.22)$$

pri čemu signal $s(t)$ mora biti ograničen.

1.2 MODIFIKACIJA ZA SLUČAJ MULTIKOMPONENTNIH SIGNALA

Generalizovana forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom omogućava efikasnu analizu monokomponentnih signala. Međutim, ova forma bi u slučaju multikomponentnih signala sadržala i kros-članove. Stoga, datu distribuciju je potrebno modifikovati.

U relaciji (1.3) su sa $w_{N,p} = e^{j\frac{2\pi p}{N}}$ označeni korijeni na jediničnom krugu. Ranije je pokazano da se za $N=2$ dobijaju korijeni $[1, -1]$, za $N=4$ korijeni su $[1, j, -1, -j]$, dok za $N=6$ imamo korijene $\left[1, \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, -1, -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$. Primijetimo da korijeni $w_{N,p}$ sadrže vrijednosti: '1' i '-1', za svako $N \geq 2$. Vrijednost '1' se dobija za $p=0$, dok vrijednost '-1' slijedi za $p=N/2$. Takođe, možemo primijetiti da se korijeni javljaju u parovima: $(1, -1)$, $(j, -j)$, $\left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Dakle, parovi se javljaju kao: $(w_{N,p}, w_{N,p+N/2})$, pri čemu je $w_{N,p+N/2} = -w_{N,p}$.

Koristeći prethodno navedene osobine, relaciju (1.3) možemo zapisati kao:

$$GCD^N(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s\left(t + \frac{\tau}{N}\right) s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{N}\right) \prod_{p=1}^{N/2-1} s^{w_{N,p}^*}\left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N}\right) s^{-w_{N,p}^*}\left(t - w_{N,p} \frac{\tau}{N}\right) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.23)$$

U prethodnoj relaciji mogu se uočiti dva karakteristična dijela. Naime, prva dva člana $s\left(t + \frac{\tau}{N}\right) s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{N}\right)$ predstavljaju moment drugog reda sa skaliranom osom τ .

Odnosno, ako se član $s^{-1}\left(t - \frac{\tau}{N}\right)$ zapiše kao $s^*\left(t - \frac{\tau}{N}\right)$, dobija se skalirana lokalna

autokorelaciona funkcija Wigner-ove distribucije: $R_t(2\tau/N) = s\left(t + \frac{\tau}{N}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{N}\right)$, pri

čemu je $R_t(\tau) = s\left(t + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)$.

Drugi dio u relaciji (1.23) predstavlja proizvod članova koji sadrže kompleksni argument vremena. Ovi članovi, sa povećavanjem reda distribucije N , obezbjeđuju proizvoljno visoko poboljšanje koncentracije u odnosu na Wigner-ovu distribuciju.

Proizvod članova signala sa kompleksnim argumentom ćemo nazvati koncentracioni moment i označiti ga sa $c(t, \tau)$:

$$c(t, \tau) = \prod_{p=1}^{N/2-1} s^{w_{N,p}^*} \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right) s^{-w_{N,p}^*} \left(t - w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right). \quad (1.24)$$

Dakle, relaciju (1.23) možemo zapisati kao:

$$GCD^N(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s \left(t + \frac{\tau}{N} \right) s^* \left(t - \frac{\tau}{N} \right) c(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (1.25)$$

S obzirom da Fourier-ova transformacija članova $s \left(t + \frac{\tau}{N} \right) s^* \left(t - \frac{\tau}{N} \right)$ predstavlja

Wigner-ovu distribuciju, prethodna relacija se može zapisati u obliku:

$$GCD^N(t, \omega) = \frac{N}{2} WD \left(t, \frac{N}{2} \omega \right)_{*\omega} C(t, \omega), \quad (1.26)$$

pri čemu je $C(t, \omega) = FT_{\tau} \{c(t, \tau)\}$, gdje FT_{τ} predstavlja Fourier-ovu transformaciju po koordinati τ .

Primijetimo da na ovaj način definisana distribucija zadovoljava marginalne uslove.

Imajući na umu da se proizvod članova $s^{w_{N,p}^*} \left(t + w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right)$ i $s^{-w_{N,p}^*} \left(t - w_{N,p} \frac{\tau}{N} \right)$

može zapisati pomoću lokalne autokorelacione funkcije:

$$R_t^{w_{N,p}^*} \left(t + w_{N,p} \frac{2\tau}{N} \right) = s^{w_{N,p}^*} \left(t + w_{N,p} \frac{2\tau}{N} \right) s^{-w_{N,p}^*} \left(t - w_{N,p} \frac{2\tau}{N} \right), \quad (1.27)$$

izraz za $c(t, \tau)$ postaje:

$$c(t, \tau) = \prod_{p=1}^{N/2-1} c_p(t, \tau) = \prod_{p=1}^{N/2-1} R_t^{w_{N,p}^*} \left(t + w_{N,p} \frac{2\tau}{N} \right), \quad (1.28)$$

gdje $c_p(t, \tau)$ predstavlja dio koncentracionog momenta za p -ti korijen ($p \in [1, N/2-1]$).

Korijeni $w_{N,p}$ u koncentracionom momentu sadrže realni i imaginarni član, te se stoga mogu zapisati kao: $w_{N,p} = wr_{N,p} + jwi_{N,p}$, gdje $wr_{N,p}$ predstavlja realni dio od $w_{N,p}$, dok je $wi_{N,p}$ njegov imaginarni dio. Koristeći ovakav zapis, svaki član momenta $c_p(t, \tau)$ se može zapisati kao:

$$\begin{aligned} c_p(t, \tau) &= R_t^{wr_{N,p}} \left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N} \right) R_t^{-jwi_{N,p}} \left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N} \right) \\ &= cr_p(t, \tau) ci_p(t, \tau), \end{aligned} \quad (1.29)$$

gdje je $cr_p(t, \tau) = R_t^{wr_{N,p}} \left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N} \right)$ lokalna autokorelaciona funkcija

stepenovana sa realnim brojem $wr_{N,p}$, dok $ci_p(t, \tau) = R_t^{-jwi_{N,p}} \left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N} \right)$

označava stepenovanje lokalne autokorelacione funkcije sa imaginarnim brojem $jwi_{N,p}$.

Za signal $s(t) = Ae^{j\Phi(t)}$, moment $cr_p(t, \tau)$ ima oblik:

$$\begin{aligned} cr_p(t, \tau) &= \left(Ae^{j\Phi\left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N}\right)} \right)^{wr_{N,p}} \left(Ae^{j\Phi\left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N}\right)} \right)^{-wr_{N,p}} \\ &= e^{jwr_{N,p} \left(\Phi\left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N}\right) - \Phi\left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p}) \frac{2\tau}{N}\right) \right)}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Razvojem funkcija faza u Taylor-ov red dobija se:

$$\begin{aligned}
 & \Phi\left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right) - \Phi\left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right) = \\
 & \left(\begin{aligned}
 & \Phi'(t)\frac{\tau}{N}wr_{N,p} + j\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wi_{N,p} + \Phi''(t)\frac{\tau^2}{2!N^2}(wr_{N,p}^2 - wi_{N,p}^2) + j\Phi''(t)\frac{\tau^2}{2!N^2}2wr_{N,p}wi_{N,p} \\
 & + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(wr_{N,p}^3 - 3wr_{N,p}wi_{N,p}^2) + j\Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(3wr_{N,p}^2wi_{N,p} - wi_{N,p}^3) \\
 & + \Phi^{(4)}(t)\frac{\tau^4}{4!N^4}(wr_{N,p}^4 - 6wr_{N,p}^2wi_{N,p}^2 + wi_{N,p}^4) + j\Phi^{(4)}(t)\frac{\tau^4}{4!N^4}(4wr_{N,p}^3wi_{N,p} - 4wr_{N,p}wi_{N,p}^3) + \dots
 \end{aligned} \right) \\
 & - \left(\begin{aligned}
 & -\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wr_{N,p} - j\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wi_{N,p} + \Phi''(t)\frac{\tau^2}{2!N^2}(wr_{N,p}^2 - wi_{N,p}^2) + j\Phi''(t)\frac{\tau^2}{2!N^2}2wr_{N,p}wi_{N,p} \\
 & - \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(wr_{N,p}^3 - 3wr_{N,p}wi_{N,p}^2) - j\Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(3wr_{N,p}^2wi_{N,p} - wi_{N,p}^3) \\
 & + \Phi^{(4)}(t)\frac{\tau^4}{4!N^4}(wr_{N,p}^4 - 6wr_{N,p}^2wi_{N,p}^2 + wi_{N,p}^4) + j\Phi^{(4)}(t)\frac{\tau^4}{4!N^4}(4wr_{N,p}^3wi_{N,p} - 4wr_{N,p}wi_{N,p}^3) + \dots
 \end{aligned} \right) \\
 & = 2\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wr_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(wr_{N,p}^3 - 3wr_{N,p}wi_{N,p}^2) + \dots \right) \\
 & + 2j\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wi_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(3wr_{N,p}^2wi_{N,p} - wi_{N,p}^3) + \dots \right).
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

Uvrštavanjem prethodnog rezultata u relaciju (1.30) dobija se:

$$\begin{aligned}
 cr_p(t, \tau) = e & \begin{aligned}
 & j2wr_{N,p}\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wr_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(wr_{N,p}^3 - 3wr_{N,p}wi_{N,p}^2) + \dots \right) \\
 & - 2wi_{N,p}\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wi_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}(3wr_{N,p}^2wi_{N,p} - wi_{N,p}^3) + \dots \right)
 \end{aligned} \\
 \times e &
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

Primijetimo da se $cr_p(t, \tau)$ sastoji od dva člana. Prvi član sadrži informacije o trenutnoj frekvenciji signala, dok drugi član predstavlja amplitudsku modulaciju koja može imati jako velike vrijednosti, s obzirom da je drugi član eksponencijalna funkcija sa realnim argumentom. To bi moglo da utiče na preciznost procjene trenutne frekvencije. Da bi se izbjegao uticaj člana koji predstavlja amplitudsku modulaciju, uvodi se modifikacija momenta $cr_p(t, \tau)$:

$$\widetilde{cr}_p(t, \tau) = e^{jwr_{N,p} \text{angle}\left(R_I\left\{\left(wr_{N,p} + jwi_{N,p}\right)\frac{2\tau}{N}\right\}\right)}. \quad (1.33)$$

Moment $ci_p(t, \tau)$ se, za signal oblika $s(t) = Ae^{j\Phi(t)}$, može zapisati kao:

$$\begin{aligned} ci_p(t, \tau) &= \left(Ae^{j\Phi\left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right)} \right)^{-jwi_{N,p}} \left(Ae^{j\Phi\left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right)} \right)^{jwi_{N,p}} \\ &= e^{wi_{N,p}\left(\Phi\left(t + (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right) - \Phi\left(t - (wr_{N,p} + wi_{N,p})\frac{2\tau}{N}\right)\right)}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

Uvrštavanjem izraza (1.31) u prethodnu relaciju, dobija se:

$$\begin{aligned} ci_p(t, \tau) &= e^{-jwi_{N,p}\left(2j\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wr_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}\left(wr_{N,p}^3 - 3wr_{N,p}wi_{N,p}^2\right)\right)\right)} \\ &\cdot e^{-jwi_{N,p}\left(-2\left(\Phi'(t)\frac{\tau}{N}wi_{N,p} + \Phi^{(3)}(t)\frac{\tau^3}{3!N^3}\left(3wr_{N,p}^2wi_{N,p} - wi_{N,p}^3\right)\right)\right)}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Može se vidjeti da prvi član predstavlja amplitudsku modulaciju, dok drugi član sadrži informacije o trenutnoj frekvenciji. Dakle, da bi se izbjegao uticaj prvog člana u momentu $ci_p(t, \tau)$, koristi se modifikacija:

$$\tilde{c}i_p(t, \tau) = e^{-jwi_{N,p} \log \left| R_t \left\{ \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{2\tau}{N} \right\} \right|} \quad (1.36)$$

Korišćenjem modifikovanih momenata $\tilde{c}r_p(t, \tau)$ i $\tilde{c}i_p(t, \tau)$, umjesto $cr_p(t, \tau)$ i $ci_p(t, \tau)$ (u relacijama (1.28) i (1.29)), dobija se modifikovani koncentracioni moment:

$$\begin{aligned} \tilde{c}(t, \tau) &= \prod_{p=1}^{N/2-1} \tilde{c}r_p(t, \tau) \tilde{c}i_p(t, \tau) \\ &= \prod_{p=1}^{N/2-1} e^{jwr_{N,p} \text{angle} \left\{ R_t \left\{ \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{2\tau}{N} \right\} \right\}} e^{-jwi_{N,p} \log \left| R_t \left\{ \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{2\tau}{N} \right\} \right|} \end{aligned} \quad (1.37)$$

Relacija (1.26) se sada može zapisati kao:

$$MGCD^N(t, \omega) = \frac{N}{2} WD \left(t, \frac{N}{2} \omega \right)_{*\omega} FT_{\tau} \{ \tilde{c}(t, \tau) \} = \frac{N}{2} WD \left(t, \frac{N}{2} \omega \right)_{*\omega} C(t, \omega). \quad (1.38)$$

Ovaj izraz predstavlja generalizovanu formu vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena.

U slučaju multikomponentnih signala ova distribucija će i dalje sadržati kros-članove. Da bi se uticaj kros-članova, koji postoje u Wigner-ovoj distribuciji u slučaju multikomponentnih signala, umanjio ili potpuno eliminisao koriste se brojni pristupi [10], [19], [21], među kojima je i S-metod. Naime, osnovna ideja S-metoda je očuvanje koncentracije auto-članova kao u Wigner-ovoj distribuciji, uz istovremeno redukovanje ili potpuno uklanjanje kros-članova. S-metod je definisan kao [10]:

$$SM(t, \omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta) STFT(\omega + \theta) STFT^*(\omega - \theta) d\theta, \quad (1.39)$$

gdje je $P(\theta)$ prozor u frekvencijskom domenu. Izborom odgovarajuće širine prozora $P(\theta)$, mogu se u potpunosti eliminisati kros-članovi. Primijetimo da se spektrogram i Wigner-ova distribucija javljaju kao dva granična slučaja za: $P(\theta) = 2\pi\delta(\theta)$ i $P(\theta) = 1$, respektivno.

Da bi se izbjeglo pojavljivanje kros-članova u koncentracionoj funkciji potrebno je najprije izvršiti modifikacije u računanju signala sa kompleksnim argumentom vremena. Osnovna ideja je da se izvrši razdvajanje komponenti signala u vremensko-frekvencijskom domenu i da se za svaku komponentu pojedinačno računaju vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom.

Posmatrajmo multikomponentni signal $s(t) = \sum_{q=1}^Q s_q(t)$, čije se komponente ne preklapaju po frekvenciji. Kratkotrajna Fourier-ova transformacija ovog signala jednaka je sumi kratkotrajnih Fourier-ovih transformacija svake pojedinačne komponente:

$$STFT_s(t, \omega) = \sum_{q=1}^Q STFT_q(t, \omega). \quad (1.40)$$

Ova činjenica iskorišćena je za razdvajanje komponenti signala u vremensko-frekvencijskom domenu, [12]. Dakle, za određivanje signala sa kompleksnim argumentom, umjesto Fourier-ove transformacije, u relaciji (1.22), treba koristiti STFT.

Procedura računanja pojedinačnih komponenti signala sa kompleksnim argumentom se može realizovati na sljedeći način:

- 1) Za dati vremenski trenutak t potrebno je odrediti poziciju $\omega_1(t)$, koja predstavlja maksimalnu vrijednost STFT:

$$\omega_1(t) = \arg \left\{ \max_{\omega} STFT_s(t, \omega) \right\}. \quad (1.41)$$

- 2) Pozicija maksimalne komponente $\omega_1(t)$ služi za izdvajanje regiona $[\omega_1(t) - W_q, \omega_1(t) + W_q]$, gdje parametar W_q određuje širinu regiona oko

komponente. Vrijednosti STFT u ovom regionu koriste se za računanje odgovarajuće komponente:

$$s_1 \left(t \pm \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right) = \int_{-W_q}^{W_q} STFT_s \left(t, \omega + \omega_1(t) \right) e^{j(\omega + \omega_1(t)) \left(t \pm \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right)} d\omega \quad (1.42)$$

Da bi se izbjeglo pojavljivanje kros-članova potrebno je da minimalno rastojanje između dvije susjedne komponente signala bude manje od $2W_q$.

Vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom koriste se, dalje, za računanje koncentracionih momenata:

$$\widehat{cr}_p(t, \tau)_q = e^{jwr_{N,p} \text{angle} \left(\frac{s \left(t + \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right)_q}{s \left(t - \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right)_q} \right)}, \quad (1.43)$$

$$\widehat{ci}_p(t, \tau)_q = e^{-jwi_{N,p} \ln \left| \frac{s \left(t + \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right)_q}{s \left(t - \left(wr_{N,p} + jwi_{N,p} \right) \frac{\tau}{N} \right)_q} \right|}. \quad (1.44)$$

- 3) Region STFT korišćen u prethodnom koraku treba postaviti na nulu, odnosno $STFT_s(t, \omega) = 0$ za $\omega \in [\omega_1(t) - W_q, \omega_1(t) + W_q]$. Korake 1), 2) i 3) je potrebno ponoviti onoliko puta koliko ima komponenti signala.

Vrijednosti pojedinačnih momenata $\widehat{cr}_p(t, \tau)_q$ i $\widehat{ci}_p(t, \tau)_q$ su, zatim, korišćene da se dobiju ukupni koncentracioni momenti $\widehat{cr}(t, \tau)_q$ i $\widehat{ci}(t, \tau)_q$:

$$\widehat{cr}(t, \tau)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} \widehat{cr}_p(t, \tau)_q, \quad \widehat{ci}(t, \tau)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} \widehat{ci}_p(t, \tau)_q. \quad (1.45)$$

Na kraju se koncentracijski momenti dobijaju sumiranjem momenata svih komponenti signala:

$$\widehat{cr}(t, \tau) = \sum_{q=1}^Q \widehat{cr}(t, \tau)_q, \quad \widehat{ci}(t, \tau) = \sum_{q=1}^Q \widehat{ci}(t, \tau)_q. \quad (1.46)$$

Da bi dobili konačnu formu MGCD distribucije potrebno je odrediti koncentracionu funkciju $C(t, \omega)$ u vremensko-frekvencijskom domenu. Za dobijanje koncentracione funkcije koja ne sadrži kros-članove, primijenjen je princip korišćen kod S-metoda. Dakle, $C(t, \omega)$ se računa kao:

$$C(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta) Cr(t, \omega + \theta) Ci(t, \omega - \theta) d\theta, \quad (1.47)$$

gdje su: $Cr(t, \omega) = FT_{\tau} \{ \widehat{cr}(t, \tau) \}$ i $Ci(t, \omega) = FT_{\tau} \{ \widehat{ci}(t, \tau) \}$.

Generalizovana forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom, dobija se konvolucijom S-metoda $SM(t, \omega)$ i funkcije $C(t, \omega)$, unutar prozora $P(\theta)$:

$$MGCD^N(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\theta) SM(t, \omega + \theta) C(t, \omega - \theta) d\theta. \quad (1.48)$$

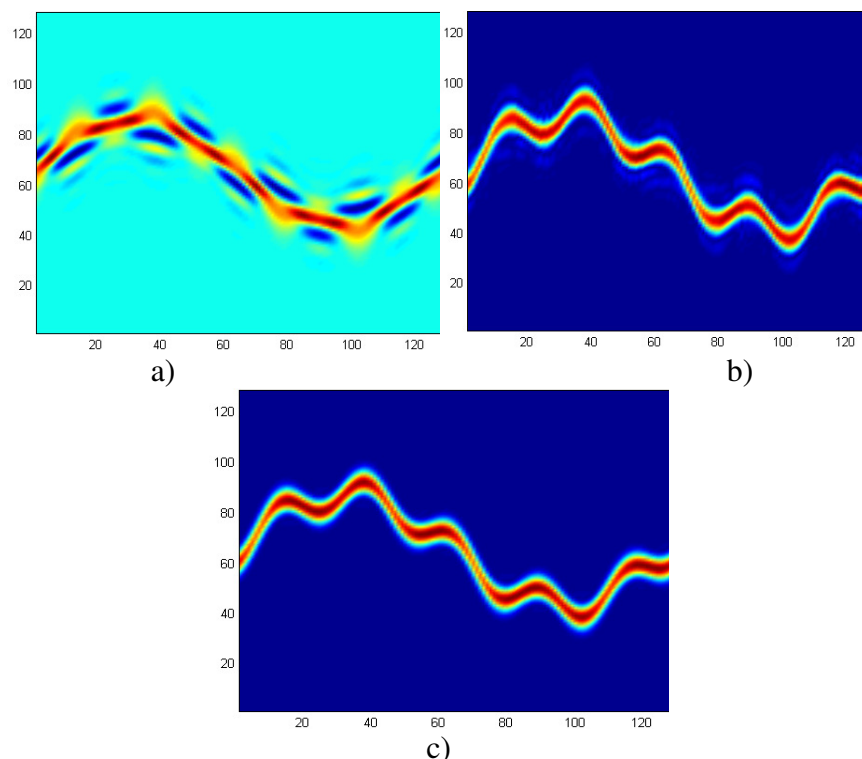
1.3 PRIMJERI

Analitički je pokazano da se povećanjem reda distribucije smanjuje uticaj viših izvoda faze, odnosno da se poboljšava koncentracija. Kroz nekoliko primjera ilustrovane su prednosti upotrebe vremensko-frekvencijskih distribucija u analizi signala sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom.

Primjer 1: Posmatrajmo signal $s_I(t)$:

$$s_I(t) = e^{j(11\cos(\pi t) + 2/3\sin(5\pi t))}, \quad (1.49)$$

u intervalu $t \in [-1, 1]$, sa korakom odabiranja $\Delta t = 1/N_s$, ($N_s=128$ je broj odbiraka unutar vremenskog prozora). Za dati signal, na Slici 1.1 su prikazane: a) Wigner-ova distribucija - *WD*, b) distribucija sa kompleksnim argumentom četvrtog reda - $GCD^{N=4}$ i c) distribucija sa kompleksnim argumentom šestog reda - $GCD^{N=6}$. S obzirom na karakteristike datog signala nijedna od navedenih distribucija neće obezbijediti idealnu koncentraciju. Sa Slike 1.1.a se vidi da *WD* ne može pratiti promjene trenutne frekvencije. Sa povećanjem reda distribucije ($GCD^{N=4}$) dobija se značajno poboljšanje koncentracije. Najbolji rezultat se, u ovom primjeru, dobija za $N=6$, odnosno $GCD^{N=6}$. Međutim, s obzirom da promjene trenutne frekvencije nijesu previše brze može se reći i da distribucija $GCD^{N=4}$ obezbjeđuje dobru koncentraciju signala.

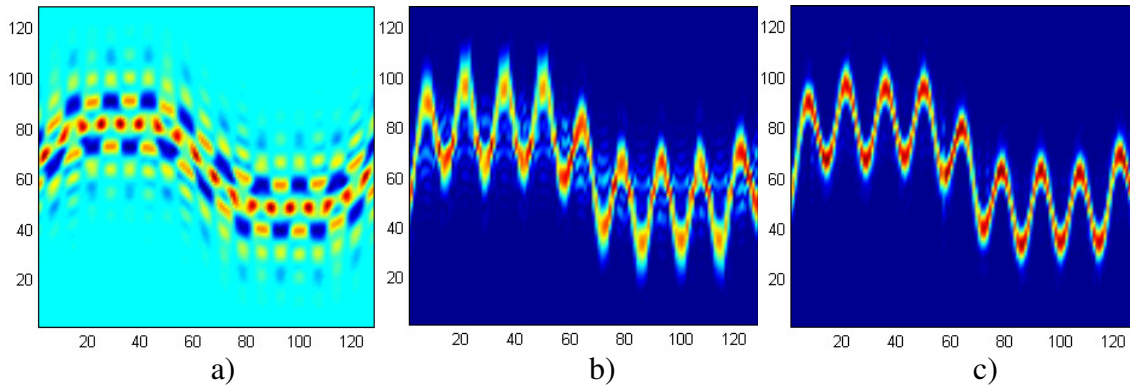


Slika 1.1. Vremensko-frekvencijske reprezentacije signala sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom: a) *WD*, b) $GCD^{N=4}$, c) $GCD^{N=6}$.

Primjer 2: Da bi dodatno istakli prednosti povećanja reda distribucije posmatrajmo signal $s_2(t)$ koji ima izrazito brze promjene trenutne frekvencije unutar samo nekoliko odbiraka:

$$s_2(t) = e^{j(10\cos(\pi t) + 2/3\cos(3\pi t) + \sin(9\pi t))}. \quad (1.50)$$

Vremenski interval i korak odabiranja su isti kao u prethodnom primjeru. Na Slici 1.2 su prikazane: a) Wigner-ova distribucija - WD, b) distribucija sa kompleksnim argumentom četvrtog reda - $GCD^{N=4}$ i c) distribucija sa kompleksnim argumentom šestog reda - $GCD^{N=6}$.



Slika 1.2. Vremensko-frekvencijske reprezentacije signala sa izrazito brzim promjenama trenutne frekvencije: a) WD, b) $GCD^{N=4}$, c) $GCD^{N=6}$.

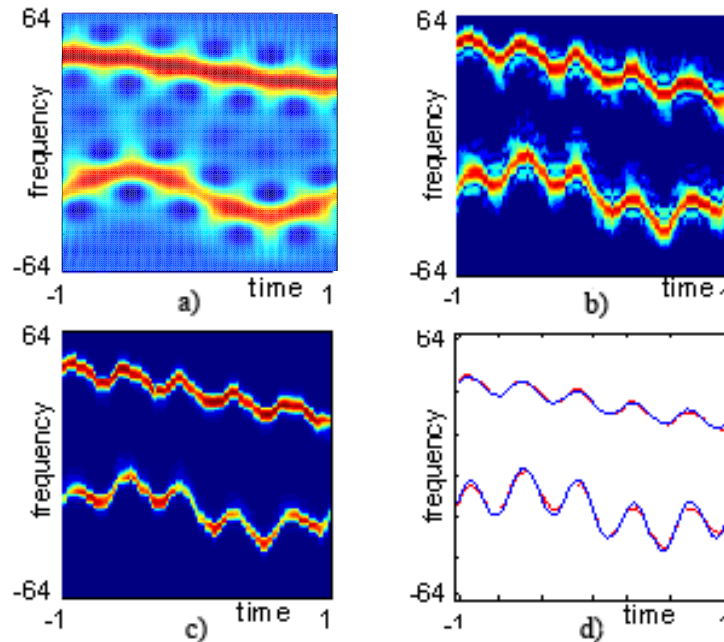
Sa slike se vidi da WD, za posmatrani signal, daje loše rezultate. Iako $GCD^{N=4}$ distribucija, u odnosu na WD, ne sadrži treći izvod faze i kod nje je jasno vidljiv uticaj članova interferencije. Uticaj članova interferencije je značajno eliminisan kod distribucije šestog reda.

Primjer 3: Posmatrajmo multikomponentni signal oblika:

$$s(t) = e^{j(3\cos(\pi t) + 2/3\cos(5\pi t) - 6.5\pi t)} + e^{j(4\cos(0.5\pi t) + 3/2\cos(0.5\pi t) + 1/2\cos(5\pi t) + 8.5\pi t)}, \quad (51)$$

za $t \in [-1, 1]$. Signal je odabran sa $\Delta t = 1/64$. Korišćeno je $L = 5$. Napomenimo da za računanje koncentracione funkcije signal mora biti preodabran u skladu sa redom distribucije.

Rezultati dobijeni korišćenjem S-metoda, $MGCD^{N=4}$ i $MGCD^{N=6}$ dati su na Slici 1.3.



Slika 1.3. Vremensko-frekvencijske reprezentacije multikomponentnog signala sa brzim promjenama trenutne frekvencije: a) SM, b) $MGCD^{N=4}$, c) $MGCD^{N=6}$.

Sa slike se vidi da, u datom slučaju, S-metod (Slika 1.3.a) nije u mogućnosti da prati brze varijacije signala. Za $MGCD^{N=4}$ ostvareno je određeno poboljšanje (Slika 1.3.b). U slučaju $MGCD^{N=6}$ dobija se veoma dobra koncentracija, što je i pokazano na Slici 1.3.d, upoređivanjem originalnih i estimiranih trenutnih frekvencija.

GLAVA 2

ROBUSTNE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE

U realnim aplikacijama signali se gotovo uvijek javljaju u prisustvu šuma. Šum može biti posljedica prirodnih pojava i procesa, nesavršenosti aparature za prikupljanje i prenos signala ili različitih ljudskih aktivnosti. Za opisivanje ovih šumova se koriste različiti modeli, kao što su: Gauss-ov, Laplace-ov, Cauchy-ev, α -stabilni model. Standarne vremensko-frekvencijske distribucije opisane u prethodnom poglavlju omogućavaju optimalnu reprezentaciju signala zahvaćenih Gauss-ovim šumom. Da bi se omogućila efikasna analiza u prisustvu impulsnih šumova, uvedene su robustne vremensko-frekvencijske distribucije.

2.1 ROBUSTNA KRATKOTRAJNA FOURIER-OVA TRANSFORMACIJA

Kratkotrajna Fourier-ova transformacija (STFT) se može definisati kao rješenje optimizacionog problema:

$$STFT(n, k) = \arg \min_{\mu} (I(n, k, \mu)), \quad (2.1)$$

gdje je:

$$I(n, k, \mu) = \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} F(e(n, k, m)). \quad (2.2)$$

Funkcija $F(e(n, k, m))$ predstavlja funkciju gubitaka, dok je $e(n, k, m)$ funkcija greške definisana kao:

$$e(n, k, m) = x(n+m) e^{-j\frac{2\pi}{N_s}mk} - \mu, \quad (2.3)$$

gdje μ predstavlja optimizacioni parametar, odnosno željenu vrijednost STFT, dok je $x(n)=s(n)+v(n)$ signal zahvaćen šumom $v(n)$. Izborom pogodne funkcije F , može se dobiti forma STFT optimalna za odgovarajući model šuma. Standardna STFT slijedi kao rješenje navedenog optimizacionog problema za kvadratnu funkciju gubitaka $F(e) = |e|^2$ ([25]-[31]). Naime, rješenje optimizacionog problema (2.1), jednostavno, slijedi iz relacije:

$$\left. \frac{\partial I(n, k, \mu)}{\partial \mu^*} \right|_{\mu=STFT(n, k)} = 0, \quad (2.4)$$

te se za funkciju $F(e) = |e|^2$ dobija definicija standardne STFT, tj.:

$$\begin{aligned} STFT_S(n, k) &= \frac{1}{N_s} \sum_{m=-N_s/2}^{N_s/2-1} x(n+m) e^{-j2\pi mk / N_s} \\ &= \text{mean} \left\{ x(n+m) e^{-j2\pi mk / N_s}, m \in [-N_s/2, N_s/2] \right\} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Kvadratna funkcija gubitaka $F(e) = |e|^2$ je dobijena na osnovu principa estimacije sa najvećom sličnošću (maximum likelihood - ML), uz pretpostavku da se raspodjela šuma može opisati Gauss-ovom funkcijom gustine vjerovatnoće (probability density function - pdf). Naime, na osnovu ML estimacije, funkcija gubitaka se određuje kao: $F(e) = -\log(p_v(e))$, gdje je $p_v(e)$ pdf šuma $v(n)$, [25]. Dakle, za šum sa Gauss-ovim pdf-om $p_v(e) \sim \exp(-|e|^2)$ funkcija $F(e) = |e|^2$ predstavlja ML estimator. Shodno prethodnom slijedi da je standardna STFT optimalna za slučaj Gauss-ovog šuma. Međutim, u slučaju impulsnih šumova (kao što su: Laplace-ov, Cauchy-ev, α -stabilni)

standardna STFT daje loše rezultate, [22], [30]. Primjena ML estimacije bi zahtijevala da se za svaki tip šuma precizno odredi pdf, te na osnovu toga funkcija gubitaka. Značajan nedostatak ML estimacije je velika osjetljivost na model pdf-a. Čak i mala odstupanja od pretpostavljenog modela mogu izazvati velike greške u estimaciji. Dakle, ML pristup daje dobre rezultate, ako je model šuma unaprijed poznat, što je veoma rijedak slučaj u praktičnim aplikacijama. Stoga se umjesto ML estimacije uvode robustne estimacije, bazirane na Huber-ovoj estimacionoj teoriji, [23]. One se definišu za određenu klasu šumova. Naime, posmatra se najgori slučaj iz određene klase šumova i za njega se određuje ML estimacija. Za brojne forme impulsnih šumova, kao najgori slučaj se uzima šum sa Laplace-ovim pdf-om $p_v(e) \sim \exp(-|e|)$, [25]. Dakle, za Laplace-ov šum, funkcija gubitaka $F(e) = |e|$ se dobija kao ML estimator. Naravno, za ostale šumove iz posmatrane klase $F(e) = |e|$ neće predstavljati ML estimator, ali može, recimo, omogućiti efikasno predstavljanje signala zahvaćenog impulsnim šumom.

Korišćenjem funkcije $F(e) = |e|$, u rješavanju optimizacionog problema (2.1), dobija se robustna STFT. Kao rješenje ovog optimizacionog problema slijedi skup nelinearnih jednačina:

$$STFT_R(n, k) = \frac{1}{\sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d(n, k, m)} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d(n, k, m) x(n+m) e^{-j2\pi mk / Ns} \quad (2.6)$$

$$d(n, k, m) = \frac{1}{\left| x(n+m) e^{-j2\pi mk / Ns} - STFT_R(n, k) \right|}.$$

U prethodnoj jednačini se $STFT_R(n, k)$ javlja sa obje strane znaka jednakosti. Dakle, da bi se odredila robustna STFT potrebno je riješiti jednačinu oblika $x=f(x)$. Za njeno rješavanje se može koristiti iterativna procedura $x_{i+1} = f(x_i)$. Iterativna procedura, sa ograničenim brojem iteracija, definisana za sistem nelinearnih jednačina (2.6), je [25]:

- 1) Za $i=0$ računa se standardna STFT, kao početna vrijednost u iterativnoj proceduri:

$$STFT_R^{(i)}(n, k) \Big|_{i=0} = STFT_R^{(0)}(n, k) = \frac{1}{Ns} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} x(n+m) e^{-j2\pi mk / Ns}. \quad (2.7)$$

- 2) Na osnovu vrijednosti STFT u prethodnom koraku računa se vrijednost STFT u sljedećem koraku:

$i=1, 2, \dots, K$.

$$STFT_R^{(i)}(n, k) = \frac{1}{\sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d^{(i-1)}(n, k, m)} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d(n, k, m)^{(i-1)} x(n+m) e^{-j2\pi mk / Ns} \quad (2.8)$$

$$d^{(i-1)}(n, k, m) = \frac{1}{\left| x(n+m) e^{-j2\pi mk / Ns} - STFT_R^{(i-1)}(n, k) \right|}.$$

- 3) Ako je relativna apsolutna razlika STFT u dvije iteracije manja od unaprijed zadatog praga η , ili ako je broj trenutne iteracije jednak maksimalnom zadatom broju iteracija K :

$$\left| \frac{STFT_R^{(i)}(n, k) - STFT_R^{(i-1)}(n, k)}{STFT_R^{(i-1)}(n, k)} \right| \leq \eta \quad \text{ili} \quad i = K, \quad (2.9)$$

robustna STFT se dobija kao: $STFT_R(n, k) = STFT_R^{(i)}(n, k)$. Ukoliko nije zadovoljen uslov (2.9) ponavljaju se koraci 2) i 3).

Uslov koji se odnosi na maksimalni zadati broj iteracija može se izostaviti, čime se na račun većeg broja iteracija može postići bolja preciznost pri estimaciji.

Navedenu iterativnu proceduru potrebno je koristiti za svako n i svako k , što je čini računski veoma zahtijevnom i znatno organičava njenu primjenu.

Da bi se prevazišli nedostaci iterativne procedure, uvedeni su alternativni pristupi za računanje robustne STFT. Naime, za filtriranje signala zahvaćenih impulsnim šumom koriste se medijan filtri, koji predstavljaju srednji element sortiranog niza. S obzirom da se $x(n+m)e^{-j2\pi mk/Ns}$, $m \in [-Ns/2, Ns/2]$ može posmatrati kao vektor elemenata, kod kojeg su realni i imaginarni dio nezavisni, problem minimizacije (2.1) se može posmatrati kao filtriranje ovog vektora. Korišćenjem funkcije gubitaka $F(e) = |\text{Re}(e)| + |\text{Im}(e)|$ i graničnog medijan (marginal median) filtra, robustna STFT se može definisati u obliku [28]:

$$\begin{aligned} STFT_M(n, k) = & \text{median}\left(\text{Re}\left\{x(n+m)e^{-j2\pi mk/Ns}, m \in [-Ns/2, Ns/2]\right\}\right) \\ & + j \cdot \text{median}\left(\text{Im}\left\{x(n+m)e^{-j2\pi mk/Ns}, m \in [-Ns/2, Ns/2]\right\}\right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Granična medijan forma robustne STFT omogućava dobru estimaciju, samo u slučajevima kada je šum čisto impulsne prirode. Međutim, veoma često šum nije samo Gauss-ov ili samo impulsni, već predstavlja njihovu kombinaciju. Teoretski se i za sumu ovih šumova može odrediti pdf, te na osnovu toga odgovarajuća funkcija gubitaka kao ML estimator. Tako dobijena funkcija gubitaka imala bi veoma složen oblik, neprimjenljiv u praktičnim aplikacijama.

Da bi se prevazišao ovaj problem definisana je robustna forma STFT, bazirana na L-estimacionom pristupu [29]:

$$\begin{aligned} STFT_L(n, k) = & \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i (r_i(n, k) + j \cdot i_i(n, k)), \\ r_i(n, k) \in & R(n, k), R(n, k) = \left\{ \text{Re}\left(x(n+m)e^{-j2\pi mk/Ns}\right), m \in [-Ns/2, Ns/2] \right\}, \\ i_i(n, k) \in & I(n, k), I(n, k) = \left\{ \text{Im}\left(x(n+m)e^{-j2\pi mk/Ns}\right), m \in [-Ns/2, Ns/2] \right\}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

gdje su elementi $r_i(n,k)$ i $i_i(n,k)$ sortirani u neopadajućem redosljedu kao: $r_i(n,k) \leq r_{i+1}(n,k)$ i $i_i(n,k) \leq i_{i+1}(n,k)$, respektivno. Koeficijenti a_i su, za parno Ns , definisani kao:

$$a_i = \begin{cases} \frac{1}{Ns(1-2\alpha) + 4\alpha}, & \text{za } i \in [(Ns-2)\alpha, \alpha(2-Ns) + Ns - 1], \\ 0, & \text{ostalo.} \end{cases} \quad (2.12)$$

Parametar α može imati vrijednosti u opsegu $\alpha \in [0, 1/2]$. Kao specijalni slučajevi L-estimacije robustne STFT, za $\alpha=0$ i $\alpha=1/2$, dobijaju se standardna STFT i granična medijan robustna STFT. Prilikom izbora vrijednosti parametra α , treba imati na umu da manja vrijednost α obezbjeđuje bolje spektralne karakteristike, dok veća vrijednost omogućava bolje redukovanje impulsnog šuma.

Koristeći analogiju sa standardnim spektrogramom, robustni spektrogram se može zapisati kao:

$$SPEC_h(n,k) = \text{Re}\{STFT_h(n,k)\}^2 + \text{Im}\{STFT_h(n,k)\}^2, \quad (2.13)$$

gdje $STFT_h(n,k)$ može biti bilo koja od definisanih formi robustne STFT: $STFT_R(n,k)$, $STFT_M(n,k)$ ili $STFT_L(n,k)$.

2.2 ROBUSTNA WIGNER-OVA DISTRIBUCIJA

Koncept robustnih formi STFT proširen je na definisanje robustnih formi Wigner-ove distribucije. Wigner-ova distribucija (WD) se koristi radi prevazilaženja loše rezolucije kod spektrograma. U opštem slučaju WD se može dobiti kao rješenje optimizacionog problema:

$$WD(n, k) = \arg \min_{\mu} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} F(e(n, k, m)), \quad (2.14)$$

$$e(n, k, m) = \operatorname{Re}\{x(n+m)x^*(n-m)e^{-j4\pi mk/Ns} - \mu\}.$$

Standardna forma WD se dobija za funkciju gubitaka $F(e) = |e|^2$, tj.:

$$WD_S(n, k) = \operatorname{mean}\left\{\operatorname{Re}\{x(n+m)x^*(n-m)e^{-j4\pi mk/Ns}\}, m \in [-Ns/2, Ns/2]\right\}. \quad (2.15)$$

Slično kao i standardna STFT, standardna WD omogućava dobru estimaciju signala zahvaćenih Gauss-ovim šumom. Međutim, u slučaju impulsnih šumova, funkcija gubitaka $F(e) = |e|^2$ prouzrokuje da WD daje loše rezultate. Stoga se korišćenjem funkcije $F(e) = |e|$ dobija robustna WD, pogodna za predstavljanje signala zahvaćenih impulsnim šumom. Direktno rješenje optimizacionog problema (2.14) rezultira skupom nelinearnih jednačina [30]:

$$WD_R(n, k) = \frac{1}{\sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d(n, k, m)} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} d(n, k, m) x(n+m)x^*(n-m)e^{-j4\pi mk/Ns} \quad (2.16)$$

$$d(n, k, m) = \frac{1}{\left|x(n+m)x^*(n-m)e^{-j4\pi mk/Ns} - WD_R(n, k)\right|}.$$

Robustna WD se može dobiti primjenom iterativne procedure, analogne onoj za računanje robustne STFT. Međutim, znatno jednostavnije i računski manje zahtijevne forme robustne WD mogu se dobiti korišćenjem graničnog medijan i L-estimacionog pristupa.

Na osnovu relacije (2.14) slijedi da je, za parnu i realnu funkciju gubitaka WD uvijek pozitivna, te se za funkciju $F(e) = |e|$ dobija [28]:

$$WD_M(n, k) = \text{median} \left\{ \text{Re} \left\{ x(n+m) x^*(n-m) e^{-j4\pi mk / Ns} \right\}, m \in [-Ns/2, Ns/2] \right\}, \quad (2.17)$$

dok je L-estimacija robustne WD definisana kao [29]:

$$WD_L(n, k) = \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i r_i(n, k) \quad (2.18)$$

$$r_i(n, k) \in R(n, k) = \left\{ \text{Re} \left(x(n+m) x^*(n-m) e^{-j4\pi mk / Ns} \right), m \in [-Ns/2, Ns/2] \right\},$$

pri čemu su elementi $r_i(n, k)$ sortirani u neopadajućem redosljedu: $r_i(n, k) \leq r_{i+1}(n, k)$, dok su koeficijenti a_i definisani relacijom (2.12). Kao specijalni slučajevi, za $\alpha=0$ i $\alpha=1/2$, dobijaju se standardna WD i robustna WD bazirana na medijan filtru.

2.3 ROBUSTNE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE DISTRIBUCIJE SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM VREMENA

U cilju definisanja robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena, izvršimo najprije diskretizaciju standardnih formi. Da bi dobili diskretnu formu GCD^N distribucije potrebno je izvršiti diskretizaciju signala. Prema teoremi o odabiranju, korak odabiranja treba da bude manji od dvostruke maksimalne frekvencije. S obzirom da se GCD^N računa kao Fourier-ova transformacija autokorelacione funkcije, odnosno kao konvolucija Fourier-ovih transformacija pojedinih djelova signala, slijedi da je maksimalna frekvencija (f_{mc}) za GCD^N , jednaka sumi maksimalnih frekvencija (f_m) pojedinačnih djelova signala. Na osnovu toga je: $Tc = \frac{1}{2f_{mc}} = \frac{1}{2Nf_m} = \frac{T}{N}$, gdje je $T = \frac{1}{2f_m}$. Dakle, prilikom računanja GCD^N korak odabiranja treba da bude N puta manji u odnosu na korak odabiranja kod Fourier-ove transformacije. Na osnovu prethodnog, relacija (1.23) se može zapisati kao:

$$GCD^N(t, \omega) = N \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau) x^*(t-\tau) \prod_{p=1}^{N/2-1} x^{w_{N,p}*} (t+w_{N,p}\tau) x^{-w_{N,p}*} (t-w_{N,p}\tau) e^{-j\omega N\tau} d\tau. \quad (2.19)$$

Diskretizacijom vremenske ose ($t \rightarrow nTc$, $\tau \rightarrow mTc$), imamo:

$$GCD^N(nTc, \omega) = N \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} \left(x(nTc+mTc) x^*(nTc-mTc) \times \prod_{p=1}^{N/2-1} x^{w_{N,p}*} (nTc+w_{N,p}mTc) x^{-w_{N,p}*} (nTc-w_{N,p}mTc) e^{-j\omega NmTc} \right). \quad (2.20)$$

Ukoliko označimo: $GCD^N(n, \omega) = GCD^N(nTc, \omega)/Tc$ i $x(n) = x(nTc)$, prethodna relacija postaje:

$$GCD^N(n, \omega) = N \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} x(n+m) x^*(n-m) c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns} Nm\omega Tc}, \quad (2.21)$$

gdje je $c(n, m) = \prod_{p=1}^{N/2-1} x^{w_{N,p}*} (n+w_{N,p}m) x^{-w_{N,p}*} (n-w_{N,p}m)$.

Diskretizaciju po frekvenciji možemo izvršiti kao $\omega = k\omega_0$, odakle slijedi

$$\omega Tc = k\omega_0 Tc = \frac{2\pi f_0}{2f_{mc}} k = \frac{2\pi}{2f_{mc}} k = \frac{2\pi}{Ns} k. \text{ Uvrštavanjem ovog izraza u relaciju (2.21)}$$

dobija se:

$$GCD^N(n, k) = N \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} x(n+m) x^*(n-m) c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns} Nmk}. \quad (2.22)$$

Uzimajući da je $x(n+m) x^*(n-m) = \sum_{k=-Ns/2}^{Ns/2-1} WD(n, k) e^{j\frac{2\pi}{Ns} 2mk}$ (uz izostavljanje faktora

skaliranja), slijedi:

$$GCD^N(n, k) = \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} \sum_{l=-Ns/2}^{Ns/2-1} WD(n, l) e^{j\frac{2\pi}{Ns}2ml} c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns}Nmk}, \quad (2.23)$$

odnosno:

$$GCD^N(n, k) = \sum_{l=-Ns/2}^{Ns/2-1} WD(n, l) C\left(n, \frac{N}{2}k - l\right). \quad (2.24)$$

Napomenimo da se vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom mogu računati korišćenjem koncepta analitičkog proširenja:

$$x(n + w_{N,p}m) = \sum_{k=-Ns/2}^{Ns/2-1} X(k) e^{j\frac{2\pi}{Ns}(n+w_{N,p}m)k} = \sum_{k=-Ns/2}^{Ns/2-1} X(k) e^{-\frac{2\pi}{Ns}w_{N,p}mk} e^{j\frac{2\pi}{Ns}(n+wr_{N,p}m)k}, \quad (2.25)$$

gdje je $w_{N,p} = wr_{N,p} + jwi_{N,p}$. Primijetimo da je koordinata m množena sa $wr_{N,p}$, što može izazvati potrebu za preodabiranjem ili interpolacijom signala $x(n)$, prilikom računanja njegove Fourier-ove transformacije $X(k)$. Posmatrajmo specijalne slučajeve za $N=4$ i $N=6$. Za $N=4$, imamo da je $p=1$, odnosno $w_{N,p}=w_{4,1}=j$, što znači da je $wr_{N,p} = 0$, te prilikom računanja $x(n + jm)$ nije potrebno vršiti dodatno preodabiranje signala. Za $N=6$,

je parametar $p=1,2$, pa je $\omega_{6,1} = \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ i $\omega_{6,2} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$. Dakle, imamo da je

$\omega_{6,1} = \frac{1}{2}$ i $\omega_{6,2} = -\frac{1}{2}$, te je potrebno izvršiti dodatno preodabiranje sa faktorom 2.

Ukoliko vrijednost nije cjelobrojna, potrebno je vršiti interpolaciju signala.

Na osnovu relacije (2.24) vidimo da se standardna GCD^N može predstaviti kao konvolucija Wigner-ove distribucije i koncentracione funkcije. Za funkciju gubitaka $F(e) = |e|^2$, standardna Wigner-ova distribucija se dobija kao rješenje optimizacionog problema (2.14), dok standardna koncentraciona funkcija $C(n, k)$ slijedi kao rješenje optimizacionog problema:

$$C(n, k) = \arg \min_{\mu} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} F(e(n, k, m)), \quad (2.26)$$

$$e(n, k, m) = c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns}Nmk} - \mu.$$

Fourier-ova transformacija $X(k)$, za računanje $x(n + w_{N,p}m)$ se, takođe, dobija primjenom kvadratne funkcije gubitaka.

S obzirom da su prethodne relacije izvedene korišćenjem funkcije $F(e) = |e|^2$ slijedi da standardna GCD^N omogućava optimalno predstavljanje signala zahvaćenih Gauss-ovim šumom. Da bi se omogućilo korišćenje distribucije GCD^N i u slučaju signala zahvaćenih impulsnim šumovima, uvedena je robustna forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena ($RGCD^N$) [32]:

$$RGCD^N(n, k) = RWD(n, k)_{*k} RC(n, k), \quad (2.27)$$

Računanje robustne WD je već diskutovano, dok se minimizacijom (2.26) dobija robustna koncentraciona funkcija:

$$RC(n, k) = \frac{1}{\sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} \frac{1}{|e(n, k, m)|}} \sum_{m=-Ns/2}^{Ns/2-1} \frac{1}{|e(n, k, m)|} c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns}Nmk} \quad (2.28)$$

$$e(n, k, m) = c(n, m) e^{-j\frac{2\pi}{Ns}Nmk} - RC(n, k).$$

Da bi odredili $c(n, m)$, koriste se vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom, koje se računaju na osnovu Fourier-ove transformacije. Međutim, standardna Fourier-ova transformacija predstavlja lošu estimaciju u slučaju signala zahvaćenih impulsnim šumom. To bi prouzrokovalo lošu estimaciju koncentracione funkcije. Stoga je, umjesto

standardne Fourier-ove transformacije, potrebno koristiti robustnu Fourier-ovu transformaciju definisanu nelinearnom jednačinom:

$$X_R(k) = \frac{1}{\sum_{n=-Ns/2}^{Ns/2-1} \left| x(n) e^{-j2\pi nk/Ns} - X_R(k) \right|} \sum_{n=-Ns/2}^{Ns/2-1} \frac{x(n) e^{-j2\pi nk/Ns}}{\left| x(n) e^{-j2\pi nk/Ns} - X_R(k) \right|}. \quad (2.29)$$

Za rješavanje ove nelinearne jednačine potrebno je koristiti iterativnu proceduru. Međutim, to bi značilo da za računanje robustne koncentracione funkcije treba koristiti dvostruku iterativnu proceduru. Imajući u vidu da je i najprostija iterativna procedura računski veoma zahtijevna, jasno je da je ovakav način računanja robustne GCD^N nepogodan.

Da bi se prevazišli nedostaci iterativne procedure robustna GCD^N se može definisati korišćenjem principa L-estimacije. Imajući na umu (2.27), L-estimacija robustne GCD^N se dobija konvolucijom u frekvencijskom domenu L-estimacije RWD i L-estimacije robustne koncentracione funkcije $RC(n,k)$. L-estimacija RWD (WD_L) je definisana relacijom (2.18). Pristup korišćen u definisanju WD_L , primijenjen je na definisanje L-estimacije koncentracione funkcije [32]:

$$RC_L(n,k) = \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i (cr_i(n,k) + j \cdot ci_i(n,k)), \quad (2.30)$$

gdje su $cr_i(n,k)$ i $ci_i(n,k)$ elementi skupova: $R(n,k) = \text{Re} \left\{ rc(n,m) e^{\frac{-j2\pi}{Ns} Nmk} \right\}$ i

$I(n,k) = \text{Im} \left\{ rc(n,m) e^{\frac{-j2\pi}{Ns} Nmk} \right\}$, respektivno, pri čemu je $m \in [-Ns/2, Ns/2)$. Elementi

$cr_i(n,k)$ i $ci_i(n,k)$ moraju biti sortirani u neopadajućem redosljedu: $cr_i(n,k) \leq cr_{i+1}(n,k)$

i $ci_i(n,k) \leq ci_{i+1}(n,k)$. Koeficijenti a_i su definisani relacijom (2.12).

U prethodnim izrazima $rc(n,m)$ predstavlja robustni koncentracioni moment, koji se po analogiji sa standardnim koncentracionim momentom računa kao:

$$rc(n, m) = \prod_{p=1}^{N/2-1} cr_p(n, m) ci_p(n, m), \quad (2.31)$$

gdje su $cr_p(n, m)$ i $ci_p(n, m)$ djelovi koncentracionog momenta:

$$cr_p(n, m) = e^{jwr_{N,p} \text{angle} \left(\frac{x(n+w_{N,p}m)}{x(n-w_{N,p}m)} \right)}, \quad ci_p(n, m) = e^{jwi_{N,p} \log \left| \frac{x(n-w_{N,p}m)}{x(n+w_{N,p}m)} \right|}, \quad (2.32)$$

koji odgovaraju stepenovanju signala sa kompleksnim argumentom sa realnim i imaginarnim dijelom: $wr_{N,p} = \text{Re}\{w_{N,p}\}$ i $wi_{N,p} = \text{Im}\{w_{N,p}\}$.

Za izračunavanje koncentracionih momenata potrebno je odrediti vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom. Da bi se redukovao uticaj implusnih šumova, umjesto standardne Fourier-ove transformacije potrebno je koristiti Fourier-ovu transformaciju dobijenu na osnovu L-estimacije. Dakle, vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom se računaju kao:

$$x_L(n \pm w_{N,p}m) = \frac{1}{Ns} \sum_{k=-Ns/2}^{Ns/2-1} X_L(k) e^{j2\pi(n \pm w_{N,p}m)k}, \quad (2.33)$$

gdje je $X_L(k)$ L-estimacija Fourier-ove transformacije:

$$X_L(k) = \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i (r_i(k) + j \cdot i_i(k)), \quad (2.34)$$

pri čemu je $r_i(k) \in R(k)$, $R(k) = \{\text{Re}(x(n)e^{-j2\pi kn/Ns}), n \in [0, Ns-1]\}$, $r_i(k) \leq r_{i+1}(k)$, dok je $i_i(k) \in I(k)$, $I(k) = \{\text{Im}(x(n)e^{-j2\pi kn/Ns}), n \in [0, Ns-1]\}$, $i_i(k) \leq i_{i+1}(k)$.

Uvrštavanjem L-estimacije robustne WD i L-estimacije robustne koncentracione funkcije u relaciju (2.27), definisana je L-estimacija robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom:

$$RGCD_L^N(n, k) = WD_L(n, k)_{*k} RC_L(n, k). \quad (2.35)$$

Izborom odgovarajućeg reda distribucije $RGCD_L^N$ može se obezbijediti proizvoljno visoka koncentracija u prisustvu impulsnih šumova, čak i za signale sa veoma brzim promjenama trenutne frekvencije.

Primijetimo, da se kao specijalan slučaj $RGCD_L^N$ za $\alpha=1/2$ dobija $RGCD^N$ bazirana na medijan filtru.

2.3.1 Modifikacija za slučaj multikomponentnih signala

Robustna forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom (definisana relacijom (2.35)) omogućava efikasnu analizu monokomponentnih signala. Međutim, u slučaju multikomponentnih signala

$x(n) = \sum_{q=1}^Q s_q(n) + v(n)$ data forma $RGCD_L^N$ će sadržati kros-članove. Kros-članovi su

prisutni i u robustnoj WD_L i u koncentracionoj funkciji RC_L . Stoga je potrebno izvršiti modifikacije distribucije $RGCD_L^N$, kako bi se omogućilo njeno korišćenje i u slučaju nestacionarnih multikomponentnih signala zahvaćenih impulsnim šumom. Korišćenjem robustnog S-metoda u relaciji (2.35) mogu se izbjeći kros-članovi nastali u WD . L-estimacija robustnog S-metoda definisana je kao [29]:

$$SM_L(n, k) = \sum_{l=-L}^L P(l) STFT_L(n, k+l) STFT_L^*(n, k-l), \quad (2.36)$$

S druge strane, da bi se uklonili kros-članovi nastali u koncentracionoj funkciji, potrebno je izvršiti nekoliko modifikacija.

Najprije je potrebno modifikovati formulu za računanje signala sa kompleksnim argumentom, tako da se odgovarajuće vrijednosti signala računaju za svaku komponentu

pojedinačno. U tu svrhu se može koristiti ista procedura kao za standardne distribucije, s tim što se umjesto standardne, koristi $STFT_L$.

Sljedeća modifikacija odnosi se na računanje robustnih kompleksnih momenata $cr(n, m)_q$ i $ci(n, m)_q$. Naime, umjesto računanja za kompletan signal, ovi momenti se računaju za svaku komponentu signala pojedinačno:

$$cr(n, m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} cr_p(n, m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} e^{jwr_{N,p} \text{angle} \left(\frac{x_L(n+w_{N,p}m)_q}{x_L(n-w_{N,p}m)_q} \right)}, \quad (2.37)$$

$$ci(n, m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} ci_p(n, m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} e^{jwi_{N,p} \log \left| \frac{x_L(n-w_{N,p}m)_q}{x_L(n+w_{N,p}m)_q} \right|}. \quad (2.38)$$

Sumiranjem robustnih koncentracionih momenata svih komponenti signala, dobijaju se rezultujući robustni koncentracioni momenti: $cr(n, m) = \sum_{q=1}^Q cr(n, m)_q$ i $ci(n, m) = \sum_{q=1}^Q ci(n, m)_q$. Na osnovu dobijenih momenata, primjenom principa L-estimacije računaju se odgovarajuće robustne koncentracione funkcije u vremensko-frekvencijskom domenu:

$$Cr_L(n, k) = \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i (vr_i(n, k) + jvi_i(n, k)), \quad (2.39)$$

$$Ci_L(n, k) = \sum_{i=-Ns/2}^{Ns/2-1} a_i (ur_i(n, k) + jui_i(n, k)), \quad (2.40)$$

pri čemu su $vr_i(n, k)$ i $vi_i(n, k)$ elementi nizova $Rv(n, k) = \text{Re} \left\{ cr(n, m) e^{-j \frac{2\pi}{Ns} Nmk} \right\}$ i $Iv(n, k) = \text{Im} \left\{ cr(n, m) e^{-j \frac{2\pi}{Ns} Nmk} \right\}$, respektivno, gdje je $m \in [-Ns/2, Ns/2)$. Takođe, elementi $vr_i(n, k)$ i $vi_i(n, k)$ moraju biti sortirani u neopadajućem redosljedu: $vr_i(n, k) \leq vr_{i+1}(n, k)$ i $vi_i(n, k) \leq vi_{i+1}(n, k)$. Slično tome, $ur_i(n, k)$ i $ui_i(n, k)$ pripadaju

nizovima $Ru(n,k) = \text{Re}\left\{ci(n,m)e^{-j\frac{2\pi}{N_s}Nmk}\right\}$ i $Iu(n,k) = \text{Im}\left\{ci(n,m)e^{-j\frac{2\pi}{N_s}Nmk}\right\}$, i treba da budu sortirani kao: $ur_i(n,k) \leq ur_{i+1}(n,k)$ i $ui_i(n,k) \leq ui_{i+1}(n,k)$, respektivno.

Da bi se dobila konačna forma robustne koncentracione funkcije bez kros-članova, potrebno je izvršiti konvoluciju funkcija $Cr_L(n,k)$ i $Ci_L(n,k)$ unutar prozora $P(l)$ u frekvencijskom domenu:

$$\widetilde{RC}_L(n,k) = \sum_{l=-L}^L P(l) Cr_L(n,k+l) Ci_L(n,k-l), \quad (2.41)$$

gdje se oznaka $\widetilde{(\cdot)}$ koristi da označi formu robustne koncentracione funkcije, modifikovanu za multikomponentne signale. Zamjenom robustne WD sa robustnim SM i korišćenjem koncentracione funkcije \widetilde{RC}_L u relaciji (2.35), za slučaj multikomponentnih signala, dobija se forma robustne vremensko-frekvencijske distribucije N -tog reda sa kompleksnim argumentom vremena:

$$\widetilde{RGCD}_L^N(n,k) = \sum_{l=-L}^L P(l) SM_L(n,k+l) \widetilde{RC}_L(n,k-l), \quad (2.42)$$

gdje prozor $P(l)$ ima ulogu da ograniči konvoluciju i obezbijedi izbjegavanje pojave kros-članova.

2.3.2 Kombinovana robustna forma vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom

Računanje robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija je zahtjevno, s obzirom da je za bilo koju od predloženih formi (medijan, L-estimacija) neophodna operacija sortiranja. Ovo se naročito odnosi na \widetilde{RGCD}_L^N , jer se u računanju koncentracione funkcije L-estimacija primjenjuje kako za dobijanje signala sa

kompleksnim argumentom, tako i za koncentracionu funkciju $C_L(n,k)$. Takav način računanja svakako ima pozitivne efekte sa stanovišta redukovanja impulsnog šuma, ali sa druge strane zahtijeva veliki broj operacija. Da bi se smanjila računaska zahtijevnost uvedena je forma $RGCD_{LS}^N$ zasnovana na kombinovanju L-estimacionih i standardnih formi. S obzirom da je signal zahvaćen impulsnim šumom, L-estimacija se koristi za dobijanje signala sa kompleksnim argumentom (2.34), dok se standardna transformacija koristi za računanje koncentracione funkcije:

$$RC_{LS}(n,k) = \text{mean} \left(\text{Re} \left\{ rc(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right) + j \cdot \text{mean} \left(\text{Im} \left\{ rc(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right). \quad (2.43)$$

Ovu formu robustne $RGCD^N$ nazvaćemo kombinovana robustna vremensko-frekvencijska distribucija sa kompleksnim argumentom. Ona je definisana kao:

$$RGCD_{LS}^N(n,k) = RWD_L(n,k) *_k RC_{LS}(n,k). \quad (2.44)$$

Slično prethodnom, definisana je kombinovana robustna forma $RGCD^N$ za slučaj multikomponentnih signala, kod koje se L-estimacija primjenjuje za računanje pojedinačnih komponenti signala sa kompleksnim argumentom, dok se standardna procedura primjenjuje u računanju koncentracionih funkcija $Cr_L(n,k)$ i $Ci_L(n,k)$:

$$Cr_{LS}(n,k) = \text{mean} \left(\text{Re} \left\{ cr(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right) + j \cdot \text{mean} \left(\text{Im} \left\{ cr(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right), \quad (2.45)$$

$$Ci_{LS}(n,k) = \text{mean} \left(\text{Re} \left\{ ci(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right) + j \cdot \text{mean} \left(\text{Im} \left\{ ci(n,k) e^{-j \frac{2\pi}{N_s} Nmk} \right\} \right). \quad (2.46)$$

Dakle, za slučaj multikomponentnih signala kombinovana robustna vremensko-frekvencijska distribucija sa kompleksnim argumentom se može zapisati kao:

$$\widetilde{RGCD}_{LS}^N(n, k) = \sum_{l=-L}^L P(l) SM_L(n, k+l) \widetilde{RC}_{LS}(n, k-l), \quad (2.47)$$

gdje je $\widetilde{RC}_{LS}(n, k) = \sum_{l=-L}^L P(l) Cr_{LS}(n, k+l) Ci_{LS}(n, k-l)$.

2.4 PRIMJERI

Radi ilustracije teorijskih rezultata, u narednim primjerima data je analiza nestacionarnih signala sa brzim promjenama trenutne frekvencije. Signalima su dodati kombinovani impulsni i Gauss-ov šum različitih oblika i jačina. Posmatrane su i upoređivane standardne i robustne forme WD i GCD^N .

Primjer 1: Prednosti upotrebe robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom, u predstavljanju signala zahvaćenih impulsnim šumovima, biće razmatrane u ovom primjeru. Posmatran je signal sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom zahvaćen impulsnim šumom:

$$x_1(n) = e^{2j(3\cos(1.5\pi n) - 2/3\cos(6\pi n))} + \xi(n), \quad (2.48)$$

gdje je $\xi(n)$ kompleksni šum:

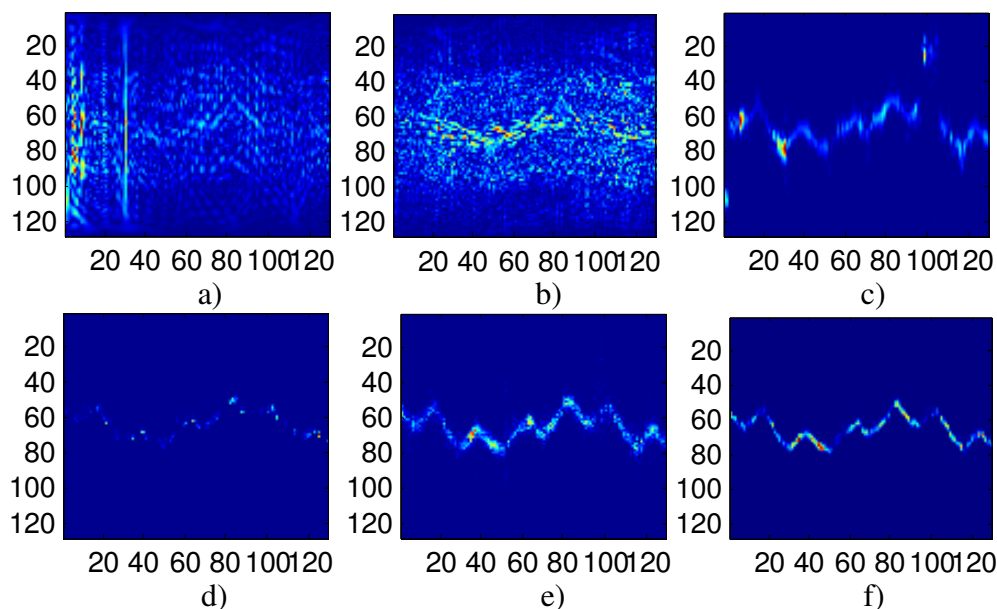
$$\xi(n) = 0.5\xi_1^3(n) + 0.5j\xi_2^3(n), \quad (2.49)$$

U prethodnoj relaciji $\xi_1(n)$ i $\xi_2(n)$ su međusobno nezavisni realni i imaginarni djelovi Gauss-ovog šuma (srednje vrijednosti 0 i varijanse 0.7). Signal je definisan u intervalu $t \in [-2, 2]$, dok je korak odabiranja $T=1/128$.

Za dati signal, na Slici 2.1, su prikazane: standardna WD, L-estimacija robustne WD (WD_L), standardna GCD ($GCD_S^{N=4}$), medijan forma robustne GCD ($GCD_M^{N=4}$),

kombinovana robustna GCD ($GCD_{LS}^{N=4}$), kao i L-estimacija robustne GCD ($GCD_L^{N=4}$). Efikasnost navedenih distribucija je posmatrana sa stanovišta redukovanja šuma, kao i uspješnosti estimacije trenutne frekvencije signala.

L-estimacione forme navedenih distribucija realizovane su korišćenjem parametra $\alpha=3/8$. Ova vrijednost je uzeta jer omogućava dobru redukciju impulsnog šuma uz istovremeno očuvanje koncentracije.



Slika 2.1. Vremensko-frekvencijske reprezentacije signala sa brzo promjenljivom trenutnom frekvencijom: a) standardna WD, b) L-estimacija robustne WD, c) standardna GCD, d) medijan robustna GCD, e) kombinovana robustna GCD, f) L-estimacija robustne GCD

Usljed prisustva impulsnog šuma standardna WD (Slika 2.1.a) daje loše rezultate. Iako smanjuje uticaj impulsnog šuma WD_L (Slika 2.1.b) ne omogućava dobru reprezentaciju s obzirom da je trenutna frekvencija signala $x_1(n)$ brzo promjenljiva. Korišćenjem $GCD_S^{N=4}$ (Slika 2.1.c) postignuta je bolja reprezentacija signala, ali je uticaj impulsnog šuma značajan, što umanjuje preciznost estimacije trenutne frekvencije. Uticaj šuma je značajno redukovan u slučaju $GCD_M^{N=4}$ (Slika 2.1.d), ali to kao posljedicu ima slabu koncentraciju. Dobri rezultati se dobijaju primjenom kombinovane robustne

$GCD_{LS}^{N=4}$ (Slika 2.1.e), s obzirom da impulsni šum nije previše izražen. Najbolji rezultati, u ovom primjeru, se dobijaju za $GCD_L^{N=4}$ (Slika 2.1.f).

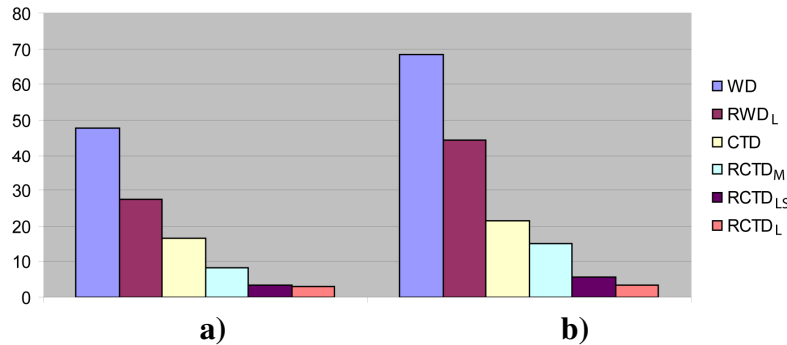
Kao statistička mjera uspješnosti procjene trenutne frekvencije, korišćenjem navedenih distribucija, posmatrana je srednja kvadratna greška (mean square error - MSE):

$$MSE = \frac{1}{N} |\varphi(n) - \hat{\varphi}(n)|^2, \quad (2.50)$$

gdje je $\varphi(n)$ tačna trenutna frekvencija, dok je $\hat{\varphi}(n)$ procijenjena trenutna frekvencija.

Za procjenu trenutne frekvencije korišćena je relacija $\hat{\varphi}(n) = \arg \left\{ \max_k TFD(n, k) \right\}$, gdje TFD predstavlja neku od posmatranih distribucija.

Srednje vrijednosti greške za signal $x_1(n)$ prikazane su na Slici 2.2.a. Rezultati su dobijeni kao srednja vrijednost za 100 simulacija u kojima je šum nezavisno generisan. Primijetimo da se najmanja greška dobija za $GCD_{LS}^{N=4}$ i $GCD_L^{N=4}$ distribucije.



Slika 2.2 Srednja kvadratna greška u estimaciji trenutne frekvencije u prisustvu kombinovanog impulsnog i Gauss-ovog šuma za: a) signal $x_1(n)$ i b) signal $x_2(n)$

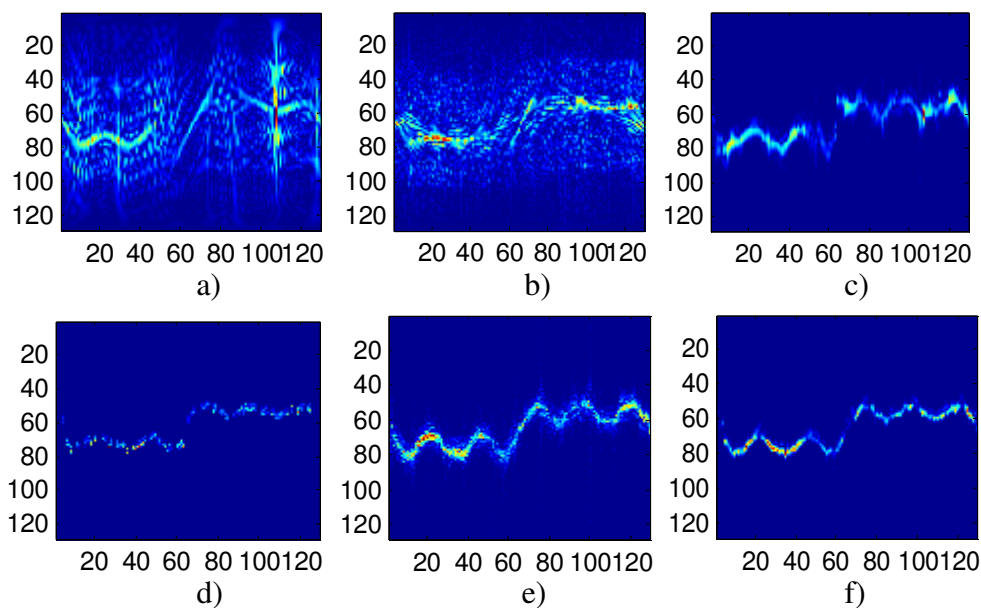
Primjer 2: Posmatran je signal zahvaćen veoma jakim kombinovanim impulsnim i Gauss-ovim šumom:

$$x_2(n) = e^{2j(6\cos(\pi n) + 2/3\cos(3\pi n) + 2/3\cos(5\pi n))} + \xi(n) \quad (2.51)$$

$$\xi(n) = 0.5\xi_1^3(n) + 0.5j\xi_2^3(n),$$

gdje su $\xi_1(n)$ i $\xi_2(n)$ realni i imaginarni dio Gauss-ovog šuma (srednje vrijednosti 0 i varijanse 1). Rezultati dobijeni korišćenjem: standardne WD, WD_L , $GCD_S^{N=4}$, $GCD_M^{N=4}$, $GCD_{LS}^{N=4}$ i $GCD_L^{N=4}$ prikazani su na Slici 2.3. Može se reći da obje forme WD (Slika 2.3.a i 2.3.b) daju slabe rezultate, s obzirom da ne mogu da prate brze promjene trenutne frekvencije u signalu $x_2(n)$. Takođe, loši rezultati se dobijaju za $GCD_S^{N=4}$ (Slika 2.3.c), kao posljedica prisustva jakog impulsnog šuma. Slično kao u prethodnom primjeru, $GCD_M^{N=4}$ (Slika 2.3.d) efikasno eliminiše impulsi šum, ali ne obezbjeđuje dobru estimaciju trenutne frekvencije. S obzirom na prisustvo jakog impulsnog šuma, $GCD_{LS}^{N=4}$ (Slika 2.3.e) daje nešto slabije rezultate u odnosu na $GCD_L^{N=4}$ (Slika 2.3.f), koja i u ovom primjeru obezbjeđuje najbolje uklanjanje šuma.

Najmanja greška u procjeni trenutne frekvencije se, i u ovom primjeru, dobija za $GCD_L^{N=4}$ distribuciju (Slika 2.2.b).

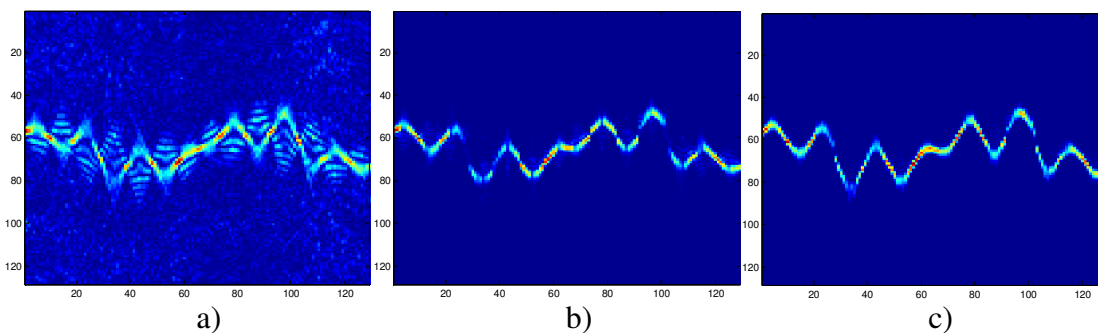


Slika 2.3. Vremensko-frekvencijske reprezentacije signala sa veoma brzim promjenama trenutne frekvencije, zahvaćenog jakim impulsnim šumom: a) standardna WD, b) L-estimacija robustne WD, c) standardna GCD, d) marginal median forma robustne GCD, e) kombinovana robustna GCD, f) L-estimacija robustne GCD

Primjer 3: Prednosti robustnih kompleksnih vremensko-frekvencijskih distribucija višeg reda, u slučaju signala sa veoma brzim promjenama trenutne frekvencije, pokazane su u ovom primjeru. Posmatran je signal:

$$x_3(n) = e^{2j(3\cos(1.5\pi n) + 2/3\cos(7\pi n) + 1/2\cos(5\pi n))} + \xi(n), \quad (2.52)$$

gdje je šum $\xi(n)$ isti kao u Primjeru 2. Reprzentacije ovog signala za slučaj WD_L , $GCD_L^{N=4}$ i $GCD_L^{N=6}$ prikazane su na Slici 2.4. Parametar $\alpha=3/8$ je korišćen pri računanju L-estimiranih formi distribucija..



Slika 2.4. Vremensko-frekvencijske reprezentacije signala sa veoma brzim promjenama trenutne frekvencije, zahvaćenog šumom: a) WD_L , b) $GCD_L^{N=4}$, c) $GCD_L^{N=6}$

S obzirom na brze promjene WD_L daje veoma loše rezultate. Značajno poboljšanje ostvareno je za slučaj $GCD_L^{N=4}$, dok se najbolji rezultat dobija za $GCD_L^{N=6}$. Srednja kvadratna greška u procjeni trenutne frekvencije prikazana je u Tabeli I.

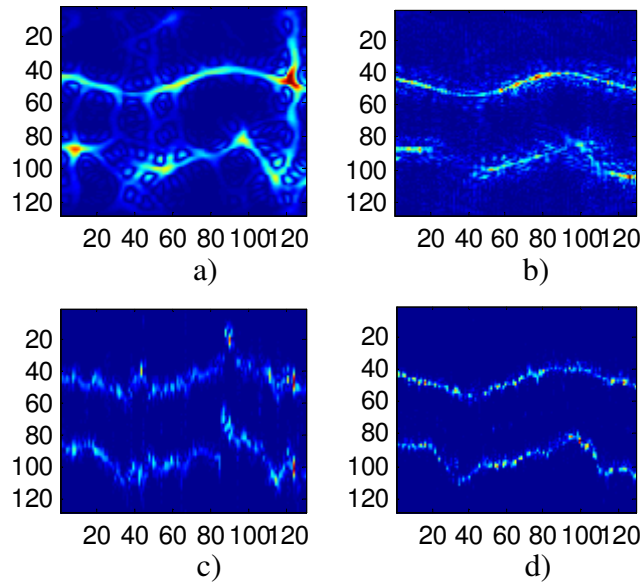
TABELA I SREDNJA KVADRATNA GREŠKA PRI PROCJENI TRENUTNE FREKVENCIJE

Distribucija	MSE
RWD	51.83
$CTD_L^{N=4}$	8.52
$CTD_L^{N=6}$	3.45

Primjer 4: Na kraju, posmatrajmo multikomponentni signal oblika:

$$y(n) = e^{j\left(6\cos\left(\frac{3}{2}\pi n\right) - \frac{4}{3}\cos(7\pi n) + \cos(5\pi n) + 15\pi n\right)} + e^{j\left(7,5\pi(0,5n^4 - 0,8\pi n^2 - 8,5\pi n)\right)} + 0,5\xi_1^3(n) + 0,5j\xi_2^3(n), \quad (2.53)$$

gdje su $\xi_1(n)$ i $\xi_2(n)$ Gauss-ovi šumovi (srednje vrijednosti 0 i varijanse 1). Ostali parametri su isti kao u prethodnim primjerima. Na Slici 2.5 prikazani su rezultati za: standardni SM, SM_L , $GCD_S^{N=4}$ i $GCD_L^{N=4}$.



Slika 2.5. Vremensko-frekvencijske reprezentacije multikomponentnog signala zahvaćenog šumom: a) standardni SM, b) SM_L , c) $GCD_S^{N=4}$, d) $GCD_L^{N=4}$.

Primijetimo da i standardni SM i $GCD_S^{N=4}$ daju loše rezultate usljed prisustva jakog impulsnog šuma. Za sporo promjenljivu komponentu signala, SM_L omogućava dobru estimaciju, dok to nije slučaj za komponentu signala koja ima brze promjene trenutne frekvencije. Dobro redukovanje šuma i zadovoljavajuća koncentracija ostvarena je korišćenjem $GCD_L^{N=4}$.

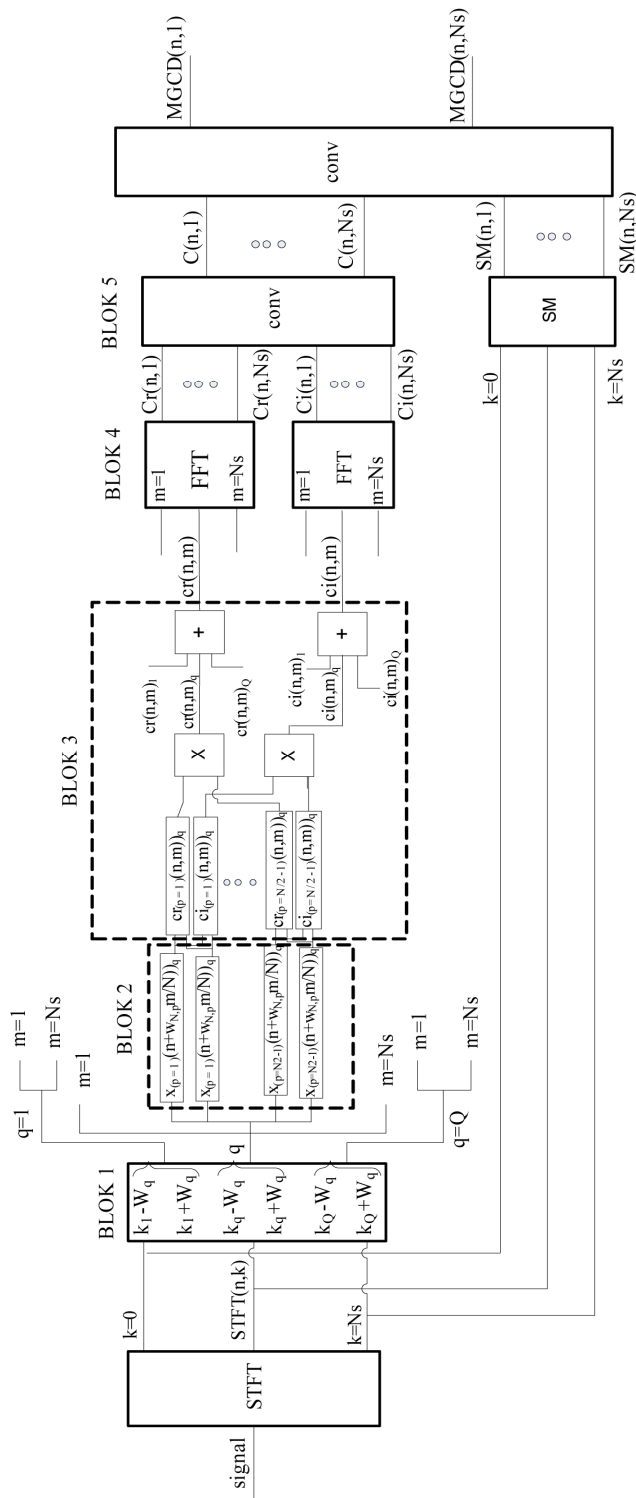
GLAVA 3

HARDVERSKA REALIZACIJA GENERALIZOVANE FORME VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA SA KOMPLEKSNIM ARGUMENTOM

U cilju omogućavanja primjene vremensko-frekvencijskih distribucija u aplikacijama u realnom vremenu predložene su brojne hardverske implementacije [33]-[38]. Prednosti upotrebe generalizovane forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom su već diskutovane. Hardverska realizacija koja omogućava njihovu primjenu u realnom vremenu predložena je u ovoj glavi.

3.1 PARALELNA ARHITEKTURA

Opšta šema sistema za realizaciju generalne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom bazirana na paralelnoj arhitekturi prikazana je na Slici 3.1. Prvi korak u realizaciji predstavlja računanje STFT koja je osnova za dalja izračunavanja. Izlazi iz STFT kola se koriste za računanje S-metoda u okviru SM bloka. Signali sa izlaza STFT kola se dovode na ulaz kola *BLOK 1* koje služi za razdvajanje komponenti signala. Za svaku komponentu se zatim u okviru kola *BLOK 2* vrši računanje vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom vremena, dok se u kolu *BLOK 3* računaju koncentracioni momenata za komponente $cr(n,m)_q$ i $ci(n,m)_q$, kao i njihove sume za sve komponente signala $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$. U dijelu *BLOK 4* računaju se Fourier-ove transformacije momenata, tako da se dobiju koncentracione funkcije $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$. Dalje se, u kolu *BLOK 5*, vrši konvolucija ovih funkcija, da bi se dobila koncentraciona funkcija $C(n,k)$. Konvolucijom $SM(n,k)$ i $C(n,k)$ se, na izlazu kola *CONV*, dobija distribucija $MGCD^N(n,k)$.



Slika 3.1. Paralelna arhitektura za realizaciju generalne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom

3.1.1 Arhitektura za realizaciju STFT

Kratkotrajna Fourier-ova transformacija se može realizovati korišćenjem algoritma za računanje brze Fourier-ove transformacije (fast Fourier transform - FFT). Međutim, pokazano je da se može definisati rekurzivni način računanja STFT, [39]-[41]. Za pravougaoni oblik prozora $w(m)$ imamo:

$$STFT(n, k) = \left[x\left(n + \frac{Ns}{2}\right) - x\left(n - \frac{Ns}{2}\right) \right] (-1)^k + STFT(n-1, k) e^{j2\pi nk / Ns}, \quad (3.1)$$

gdje je Ns dužina prozora u vremenskom domenu. Prethodna relacija predstavlja STFT za jedan kanal. Potpuna realizacija se sastoji od Ns kanala, tako da je relaciju (3.1) potrebno računati za svako k ($k=0, 1, \dots, Ns-1$). S obzirom da su kanali $STFT(n, k)$ međusobno nezavisni, arhitektura zasnovana na paralelnoj realizaciji omogućava da se svi kanali STFT računaju istovremeno.

Primijetimo da se u relaciji (3.1) vrijednosti STFT množe sa kompleksnom vrijednošću $e^{j2\pi nk / Ns}$. Da bi se izbjegla operacija kompleksnog množenja svaki kanal STFT se može razdvojiti na dva dijela, tako da se sve operacije svode na sabiranje i množenje realnih brojeva. Razdvajanje jednog kanala STFT se može izvršiti kao:

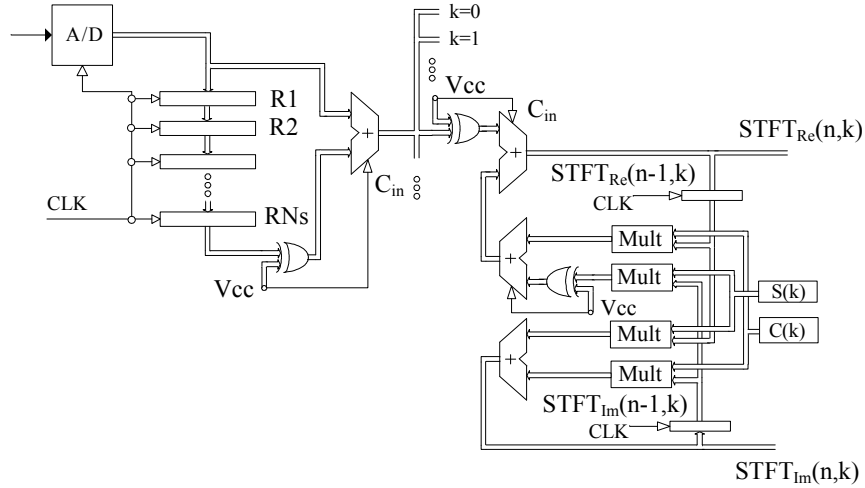
$$STFT(n, k) = STFT_{\text{Re}}(n, k) + STFT_{\text{Im}}(n, k), \quad (3.2)$$

gdje su sa $STFT_{\text{Re}}(n, k)$ i $STFT_{\text{Im}}(n, k)$ označeni realni i imaginarni dio STFT, respektivno. Na osnovu relacije (3.1) realni i imaginarni dio STFT se mogu odrediti kao:

$$\begin{aligned} STFT_{\text{Re}}(n, k) &= (-1)^k \left[x\left(n + \frac{Ns}{2}\right) - x\left(n - \frac{Ns}{2}\right) \right] + \\ &\quad + c(k) STFT_{\text{Re}}(n-1, k) - s(k) STFT_{\text{Im}}(n-1, k), \\ STFT_{\text{Im}}(n, k) &= c(k) STFT_{\text{Im}}(n-1, k) + s(k) STFT_{\text{Re}}(n-1, k), \end{aligned} \quad (3.3)$$

gdje je $c(k) = \text{Re} \left\{ e^{\frac{j2\pi k}{Ns}} \right\} = \cos\left(\frac{2\pi k}{Ns}\right)$ i $s(k) = \text{Im} \left\{ e^{\frac{j2\pi k}{Ns}} \right\} = \sin\left(\frac{2\pi k}{Ns}\right)$.

Arhitektura za realizaciju jednog kanala STFT prikazana je na Slici 3.2. Vrijednosti STFT dobijene na izlazu ovog kola se, dalje, koriste sa računanje S-metoda.



Slika 3.2. Arhitektura za rekurzivnu realizaciju STFT

3.1.2 Arhitektura za realizaciju S-metoda

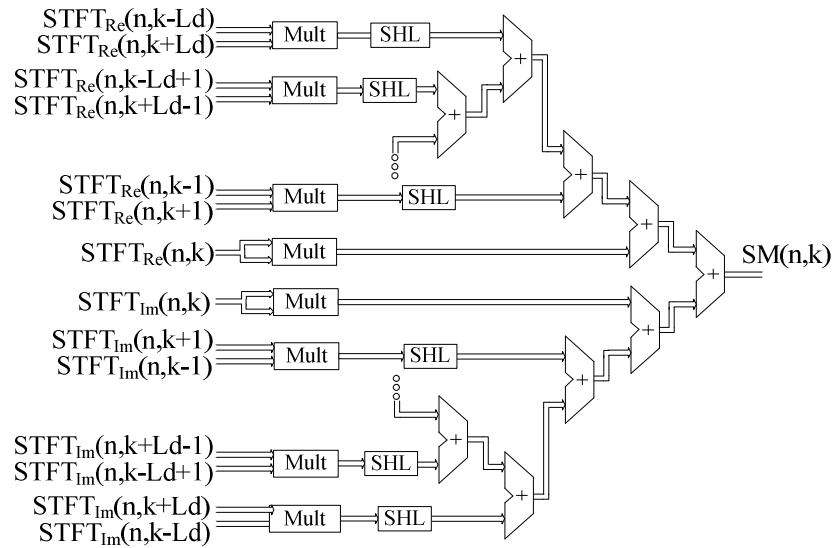
S-metod se na osnovu odbiraka STFT može izračunati korišćenjem relacije:

$$\begin{aligned}
 SM(n, k) &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} P(l) STFT(n, k+l) STFT^*(n, k-l) \\
 &= |STFT(n, k)|^2 + 2 \operatorname{Re} \left[\sum_{l=1}^{L_d} P(l) STFT(n, k+l) STFT^*(n, k-l) \right],
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

gdje je $P(l)$ prozor u frekvencijskom domenu širine $W_d=2L_d+1$. Da bi se izbjeglo množenje kompleksnih brojeva, prethodna relacija se može zapisati u obliku:

$$\begin{aligned}
 SM(n, k) &= |STFT(n, k)|^2 + 2 \sum_{l=1}^{L_d} STFT_{\operatorname{Re}}(n, k+l) STFT_{\operatorname{Re}}(n, k-l) \\
 &\quad + 2 \sum_{l=1}^{L_d} STFT_{\operatorname{Im}}(n, k+l) STFT_{\operatorname{Im}}(n, k-l).
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Paralelna arhitektura za realizaciju jednog kanala S-metoda prikazana je na Slici 3.3. Komponenta SHL označava pomjerački registar ulijevo (SHift Left).

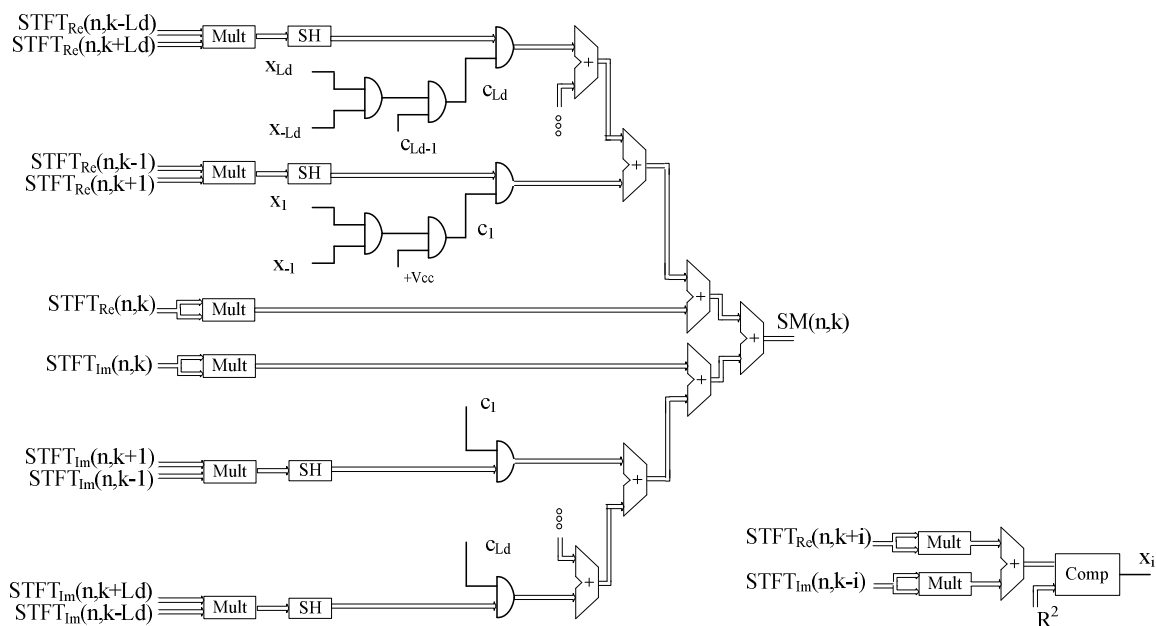


Slika 3.3. Arhitektura za realizaciju S-metoda sa fiksnom širinom prozora

U ovoj realizaciji je korišćena fiksna širina prozora $P(l)$, odnosno vrijednost parametra L_d je konstantna za svako (n,k) . Prednosti upotrebe prozora fiksne širine su jednostavnost i brzina implementacije. Međutim, upotreba prozora fiksne širine ima i određene nedostatke. Naime, previše uzak prozor neće obezbijediti dobru koncentraciju, dok previše širok prozor može da izazove pojavu kros-članova, [10], [35]. Dakle, vrijednost parametra L_d treba da bude takva da obezbijedi dobru koncentraciju auto-članova uz istovremeno eliminisanje kros-članova. Da bi se širina prozora prilagodila svakoj komponenti signala uveden je prozor promjenljive širine, odnosno prozor čija širina zavisi od signala, [36]. Uloga ovog prozora je da omogući sumiranje članova $STFT(n,k+l)$ i $STFT^*(n,k-l)$, sve dok su oni različiti od nule. Kada makar jedan od ovih članova bude jednak nuli sumiranje u relaciji (3.5) treba prekinuti. S obzirom da u realnim aplikacijama u signalu postoji određen nivo šuma vrijednosti: $STFT(n,k+l)$ i $STFT^*(n,k-l)$ gotovo nikad neće biti jednake nuli, te se kao kriterijum kojim se određuje širina prozora koristi unaprijed zadati prag R . Dakle, sumiranje u relaciji (3.5) će biti omogućeno sve dok važi: $|STFT(n,k+l)|^2 > R$ i $|STFT(n,k-l)|^2 > R$. Ukoliko vrijednosti signala nijesu unaprijed poznate, prag se može odrediti na osnovu maksimuma

STFT u datom trenutku n , kao: $R = \max_k |STFT(n,k)| / \lambda$, gdje λ može imati bilo koju vrijednost veću od 1 ($\lambda > 1$).

Arhitektura za realizaciju S-metoda sa prozorom promjenljive širine prikazana je na Slici 3.4.



Slika 3.4. Arhitektura za realizaciju S-metoda sa promjenljivom širinom prozora

3.1.3 Arhitektura za realizaciju koncentracione funkcije

Računanje koncentracione funkcije predstavlja najslabiji dio u realizaciji i vrši se preko kola koja su, na Slici 3.1, označeni kao *BLOK 1*, *BLOK 2*, *BLOK 3*, *BLOK 4* i *BLOK 5*. U okviru kola *BLOK 1*, vrši se razdvajanje komponenti signala. Zatim se, za svaku komponentu signala, u okviru kola *BLOK 2*, određuju vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom vremena. U dijelu označenom sa *BLOK 3*, ove se vrijednosti koriste za računanje koncentracionih momenata za svaku komponentu pojedinačno, dok se na izlazu bloka dobijaju zbirni koncentracioni momenti. Zatim se u kolu *BLOK 4*,

računanjem Fourier-ovih transformacija, dobijaju koncentracione funkcije u vremensko-frekvencijskom domenu. U kolu *BLOK 5* se, nakon konvolucije, dobija konačna koncentraciona funkcija.

BLOK 1 – razdvajanje komponenti signala

Razdvajanje komponenti signala se vrši na osnovu odbiraka STFT, odnosno odgovarajućih izlaza dobijenih iz STFT bloka. Najprije se sve komponente STFT upoređuju sa unaprijed postavljenom vrijednošću praga. Na taj način se odvajaju djelovi STFT koji sadrže komponente signala. Zatim se za svaki izdvojeni region određuje pozicija maksimalne komponente unutar regiona. Pozicija maksimuma, u okviru regiona, označena je sa k_q ($q=1, \dots, Q$, gdje Q predstavlja broj izdvojenih regiona, odnosno broj komponenti signala). Na osnovu dobijenih pozicija maksimuma, posmatraju se značajne komponente signala, tako da se za q -tu komponentu uzima region $k \in [k_q - W_q, k_q + W_q]$, gdje je W_q pretpostavljena širina q -te komponente.

BLOK 2 – određivanje vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom vremena

Odbirci STFT izdvojeni u kolu *BLOK 1* koriste se za računanje vrijednosti signala: $x_{a_p}(n + w_{N,p}m)_q$ i $x_{a_p}(n - w_{N,p}m)_q$. Ove vrijednosti se računaju pojedinačno za svaku komponentu signala, kao i za svaki kompleksni korijen na jediničnom krugu $w_{N,p}$ ($p=1, \dots, N/2-1$):

$$x_{a_p}(n \pm (w_{N,p} + jw_{iN,p})m)_q = \sum_{k=-W_q}^{W_q} STFT_c(n, k + k_q(n)) e^{j \frac{2\pi}{Ns} (n \pm (w_{N,p} + jw_{iN,p})m)k}. \quad (3.6)$$

Arhitektura za realizaciju signala sa kompleksnim argumentom $x_{a_p}(n + w_{N,p}m)_q$ data je na Slici 3.5. Da bi se izbjegle operacije sabiranja i množenja kompleksnih brojeva

izvršeno je razdvajanje $x_{ap}(n + w_{N,p}m)_q$ na realni i imaginarni dio, koji se mogu zapisati

kao:

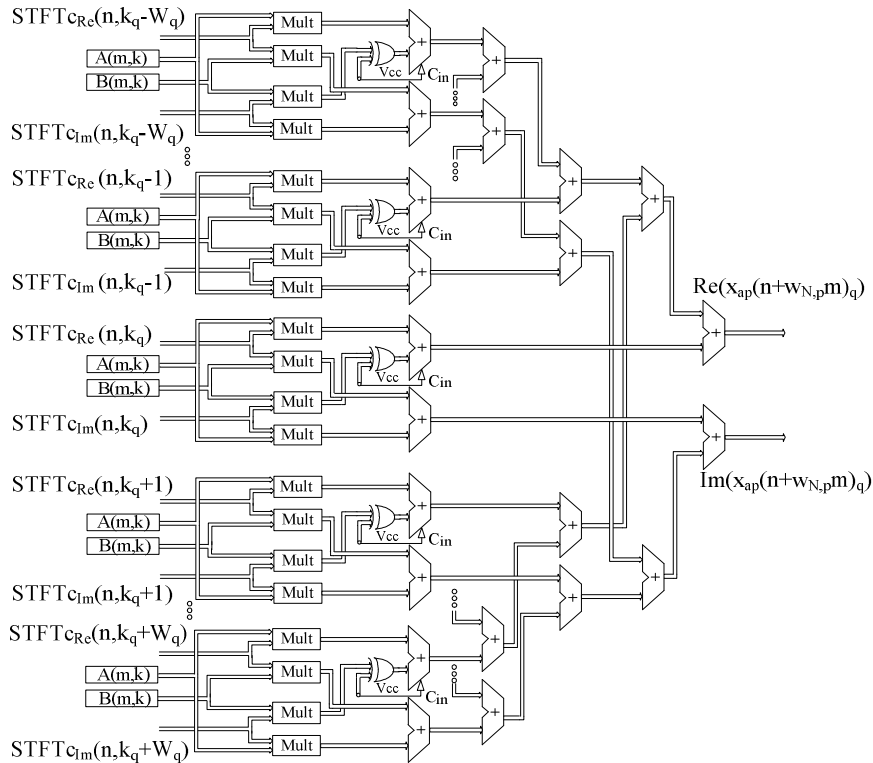
$$\operatorname{Re}\left\{x_{ap}(n + w_{N,p}m)_q\right\} = \sum_{k=k_q-W_q}^{k_q+W_q} A(m,k)STFT_{c_{\operatorname{Re}}}(n,k) - B(m,k)STFT_{c_{\operatorname{Im}}}(n,k), \quad (3.7)$$

$$\operatorname{Im}\left\{x_{ap}(n + w_{N,p}m)_q\right\} = \sum_{k=k_q-W_q}^{k_q+W_q} A(m,k)STFT_{c_{\operatorname{Im}}}(n,k) + B(m,k)STFT_{c_{\operatorname{Re}}}(n,k).$$

Konstante $A(m,k)$ i $B(m,k)$ su definisane kao:

$$A(m,k) = (-1)^k \cos \frac{wr_{N,p}2\pi km}{Ns} e^{-\frac{wi_{N,p}2\pi km}{Ns}}, \quad (3.8)$$

$$B(m,k) = (-1)^k \sin \frac{wr_{N,p}2\pi km}{Ns} e^{-\frac{wi_{N,p}2\pi km}{Ns}}.$$



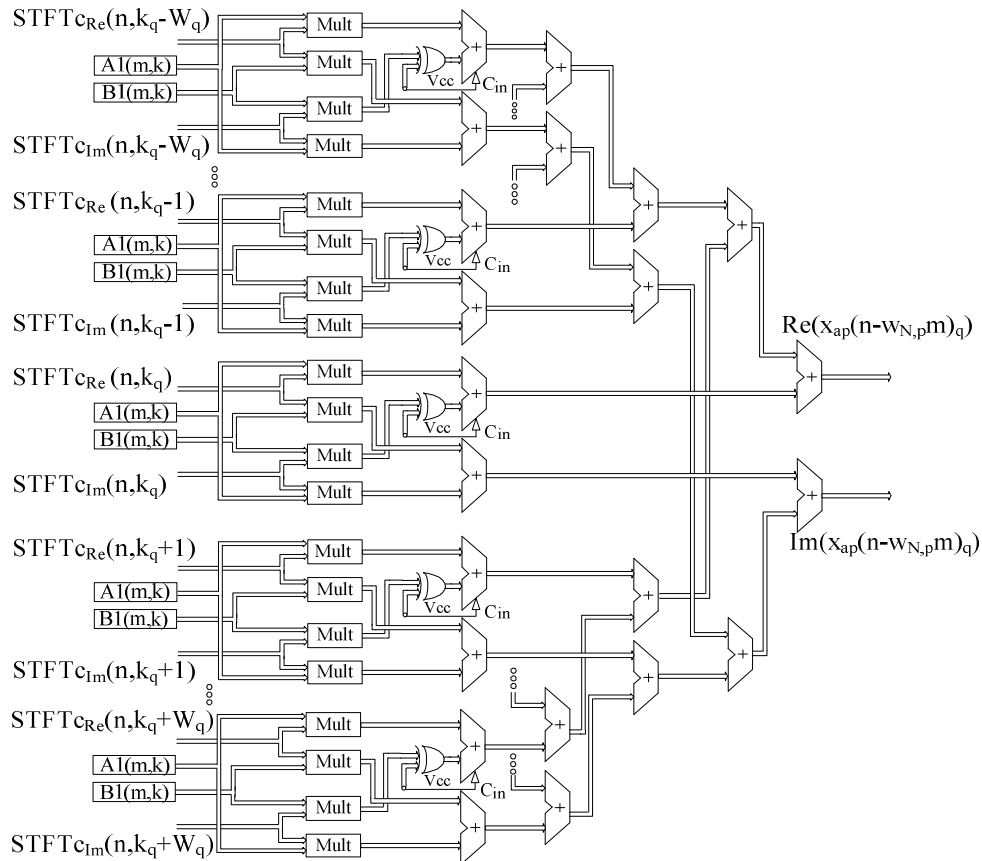
Slika 3.5. Arhitektura za realizaciju signala $x_{ap}(n + w_{N,p}m)_q$

Veoma slična arhitektura (Slika 3.6) koristi se i za realizaciju $x_{ap}(n-w_{N,p}m)_q$, čiji su realni i imaginarni dio dati kao:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\left\{x_{ap}(n-w_{N,p}m)_q\right\} &= \sum_{k=k_q-W_q}^{k_q+W_q} A1(m,k)STFTc_{\operatorname{Re}}(n,k) - B1(m,k)STFTc_{\operatorname{Im}}(n,k), \\ \operatorname{Im}\left\{x_{ap}(n-w_{N,p}m)_q\right\} &= \sum_{k=k_q-W_q}^{k_q+W_q} A1(m,k)STFTc_{\operatorname{Im}}(n,k) + B1(m,k)STFTc_{\operatorname{Re}}(n,k). \end{aligned} \quad (3.9)$$

Konstante $A1(m,k)$ i $B1(m,k)$ su:

$$\begin{aligned} A1(m,k) &= (-1)^k \cos \frac{wr_{N,p}2\pi km}{Ns} e^{\frac{wi_{N,p}2\pi km}{Ns}}, \\ B1(m,k) &= (-1)^{k+1} \sin \frac{wr_{N,p}2\pi km}{Ns} e^{\frac{wi_{N,p}2\pi km}{Ns}}. \end{aligned} \quad (3.10)$$



Slika 3.6. Arhitektura za realizaciju signala $x_{ap}(n-w_{N,p}m)_q$

S obzirom da realne eksponencijalne funkcije $e^{\pm \frac{wi_{N,p} 2\pi km}{N_s}}$ (sadržane u okviru konstanti $A(m,k)$, $B(m,k)$, $AI(m,k)$ i $BI(m,k)$) mogu imati izuzetno velike vrijednosti za veliko $\pm mk$, potrebno je obezbijediti odgovarajuću preciznost hardverskih komponenti. Imajući u vidu da: $m \in (-N_s/2, N_s/2-1)$ i $k \in (-N_s/N, N_s/N)$, slijedi da zahtijevana preciznost zavisi od broja odbiraka N_s i reda distribucije N . Dakle, greške prilikom računanja biće izbjegnute ukoliko su registri odabrani tako da se u njima može smjestiti vrijednost $\log_2(e^{2\pi N_s/N})$. Na primjer, za $N_s=128$ i $N=4$ treba koristiti proširenu jednostruku preciznost definisanu IEEE-754 standardom, dok je za $N_s=256$ i $N=6$ potrebno koristiti proširenu dvostruku preciznost određenu standardom IEEE-754, [42].

BLOK 3 – realizacija momenata $cr(n, m)$ i $ci(n, m)$

U okviru ovog kola se najprije, na osnovu signala $x_{a_p}(n + w_{N,p}m/N)_q$ i $x_{a_p}(n - w_{N,p}m/N)_q$, određuju koncentracioni momenti $cr_p(n, m)_q$ i $ci_p(n, m)_q$, za svaku komponentu signala i svaki par korijena na jediničnom krugu pojedinačno. Razdvajanjem realnih i imaginarnih djelova, dati momenti se računaju kao:

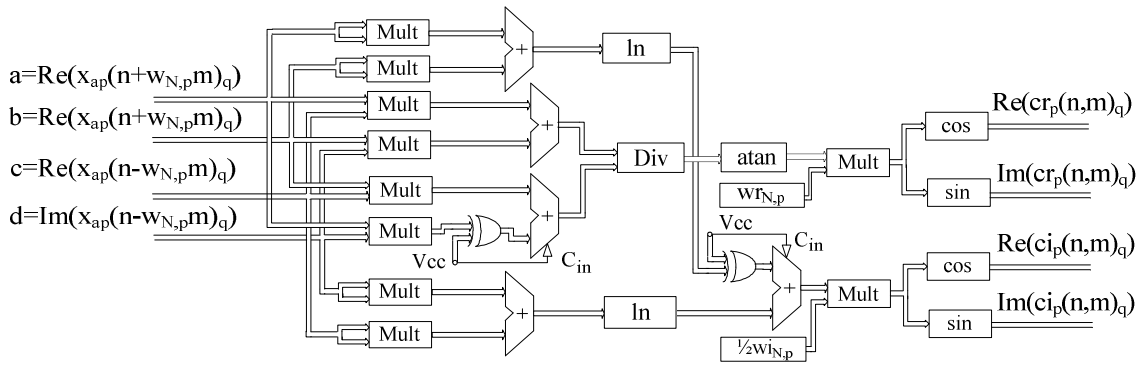
$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\{cr_p(n, m)_q\} &= \operatorname{Re}\left\{e^{jwr_{N,p}\operatorname{angle}\left(\frac{a+jb}{c+jd}\right)}\right\} = \cos\left(wr_{N,p} \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{bc-ad}{ac+bd}\right)\right), \\
 \operatorname{Im}\{cr_p(n, m)_q\} &= \operatorname{Im}\left\{e^{jwr_{N,p}\operatorname{angle}\left(\frac{a+jb}{c+jd}\right)}\right\} = \sin\left(wr_{N,p} \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{bc-ad}{ac+bd}\right)\right), \\
 \operatorname{Re}\{ci_p(n, m)_q\} &= \operatorname{Re}\left\{e^{jwi_{N,p}\ln\left|\frac{c+jd}{a+jb}\right|}\right\} = \cos\left(\frac{1}{2}wi_{N,p}\left(\ln(c^2+d^2) - \ln(a^2+b^2)\right)\right), \\
 \operatorname{Im}\{ci_p(n, m)_q\} &= \operatorname{Im}\left\{e^{jwi_{N,p}\ln\left|\frac{c+jd}{a+jb}\right|}\right\} = \sin\left(\frac{1}{2}wi_{N,p}\left(\ln(c^2+d^2) - \ln(a^2+b^2)\right)\right),
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

pri čemu su radi jednostavnosti zapisa korišćene oznake:

$$a = \operatorname{Re}\left\{x_{a_p}\left(n+w_{N,p}m\right)_q\right\}, \quad b = \operatorname{Im}\left\{x_{a_p}\left(n+w_{N,p}m\right)_q\right\},$$

$$c = \operatorname{Re}\left\{x_{a_p}\left(n-w_{N,p}m\right)_q\right\}, \quad d = \operatorname{Im}\left\{x_{a_p}\left(n-w_{N,p}m\right)_q\right\}.$$

Arhitektura za realizaciju koncentracionih momenata $cr_p(n,m)_q$ i $ci_p(n,m)_q$ data je na Slici 3.7,



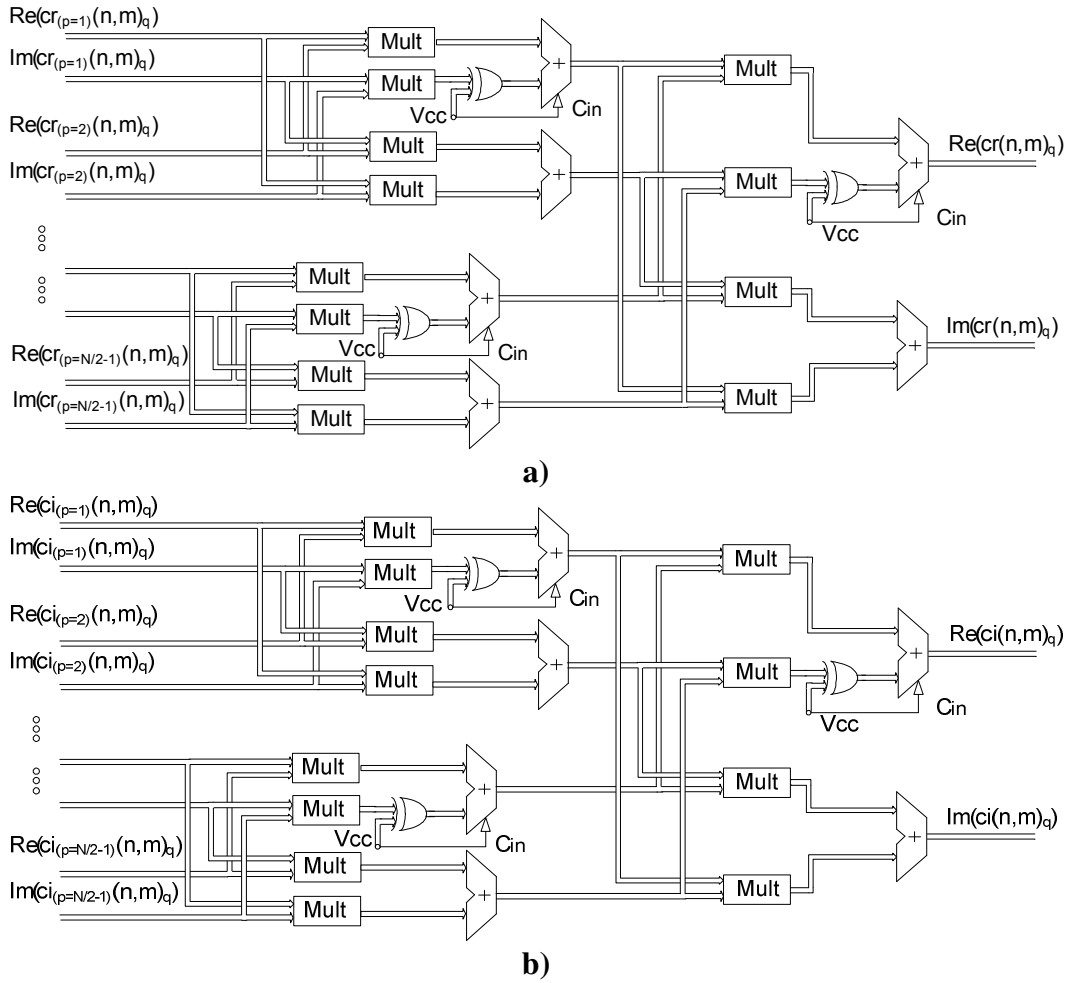
Slika 3.7. Arhitektura za realizaciju koncentracionih momenata $cr_p(n,m)_q$ i $ci_p(n,m)_q$

Na osnovu izlaza iz ovog kola, određuju se koncentracioni momenti za svaku komponentu signala pojedinačno:

$$cr(n,m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} \left(\operatorname{Re}\left\{cr_p(n,m)_q\right\} + j \operatorname{Im}\left\{cr_p(n,m)_q\right\} \right),$$

$$ci(n,m)_q = \prod_{p=1}^{N/2-1} \left(\operatorname{Re}\left\{ci_p(n,m)_q\right\} + j \operatorname{Im}\left\{ci_p(n,m)_q\right\} \right).$$
(3.12)

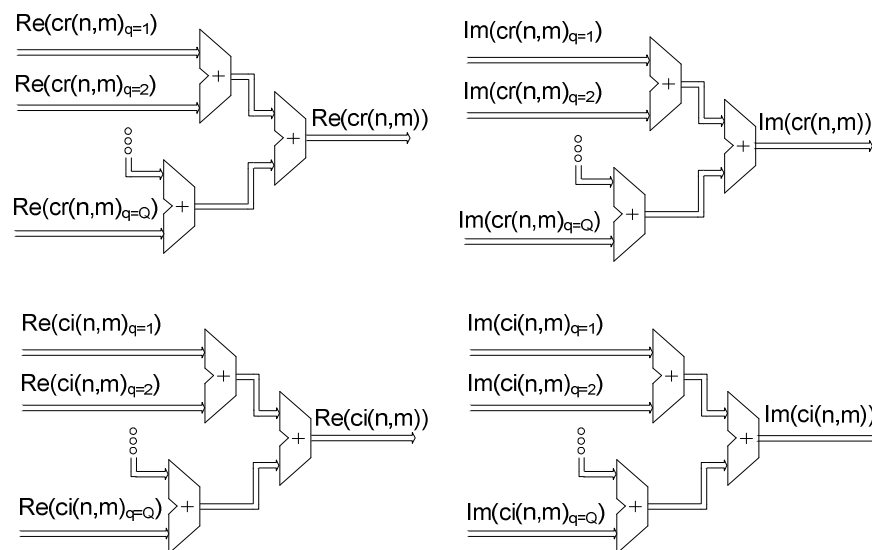
Realizacija ovih momenata se može izvršiti korišćenjem arhitektura datih na Slici 3.8.



Slika 3.8. Realizacija koncentracionih momenata za q -tu komponentu signala **a) $cr(n,m)_q$, **b)** $ci(n,m)_q$**

Arhitektura prikazana na Slici 3.9 omogućava računanje rezultujućih koncentracionih momenata $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$, dobijenih sumiranjem koncentracionih momenata za svaku pojedinačnu komponentu signala:

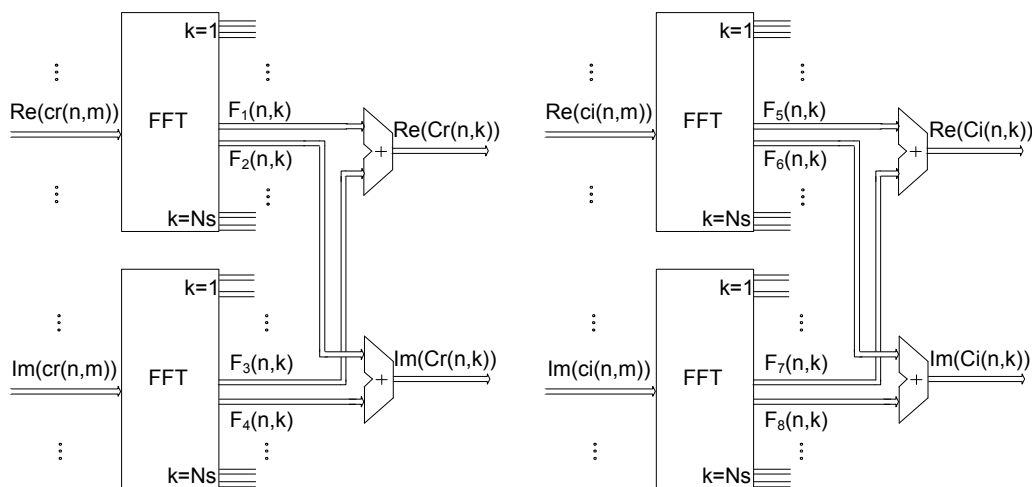
$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re}\{cr(n,m)\} &= \sum_{q=1}^Q \operatorname{Re}\{cr(n,m)_q\}, & \operatorname{Im}\{cr(n,m)\} &= \sum_{q=1}^Q \operatorname{Im}\{cr(n,m)_q\}, \\
 \operatorname{Re}\{ci(n,m)\} &= \sum_{q=1}^Q \operatorname{Re}\{ci(n,m)_q\}, & \operatorname{Im}\{ci(n,m)\} &= \sum_{q=1}^Q \operatorname{Im}\{ci(n,m)_q\}.
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$



Slika 3.9. Arhitektura za računanje rezultujućih koncentracionih momenata za sve komponente signala

BLOK 4 – realizacija koncentracionih funkcija $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$

Realni i imaginarni djelovi koncentracionih funkcija $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$ se dobijaju kao Fourier-ova transformacija momenata $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$, respektivno. Arhitektura kojom se realizuju ove funkcije data je na Slici 3.10, gdje je za računanje Fourier-ove transformacije korišćen FFT blok.



Slika 3.10. Arhitektura za realizaciju funkcija $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$

S obzirom da je FFT računata, posebno, za realni i imaginarni dio momenata $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$, koncentracione funkcije $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$ se dobijaju kao:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{Cr(n,k)\} &= F_1(n,k) + F_3(n,k), & \operatorname{Im}\{Cr(n,k)\} &= F_2(n,k) + F_4(n,k), \\ \operatorname{Re}\{Ci(n,k)\} &= F_5(n,k) + F_7(n,k), & \operatorname{Im}\{Ci(n,k)\} &= F_6(n,k) + F_8(n,k), \end{aligned} \quad (3.14)$$

pri čemu je:

$$\begin{aligned} F_1(n,k) &= \operatorname{Re}\{FFT(\operatorname{Re}\{cr(n,m)\})\} & F_2(n,k) &= \operatorname{Im}\{FFT(\operatorname{Re}\{cr(n,m)\})\} \\ F_3(n,k) &= \operatorname{Re}\{FFT(\operatorname{Im}\{cr(n,m)\})\} & F_4(n,k) &= \operatorname{Im}\{FFT(\operatorname{Im}\{cr(n,m)\})\} \\ F_5(n,k) &= \operatorname{Re}\{FFT(\operatorname{Re}\{ci(n,m)\})\} & F_6(n,k) &= \operatorname{Im}\{FFT(\operatorname{Re}\{ci(n,m)\})\} \\ F_7(n,k) &= \operatorname{Re}\{FFT(\operatorname{Im}\{ci(n,m)\})\} & F_8(n,k) &= \operatorname{Im}\{FFT(\operatorname{Im}\{ci(n,m)\})\}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

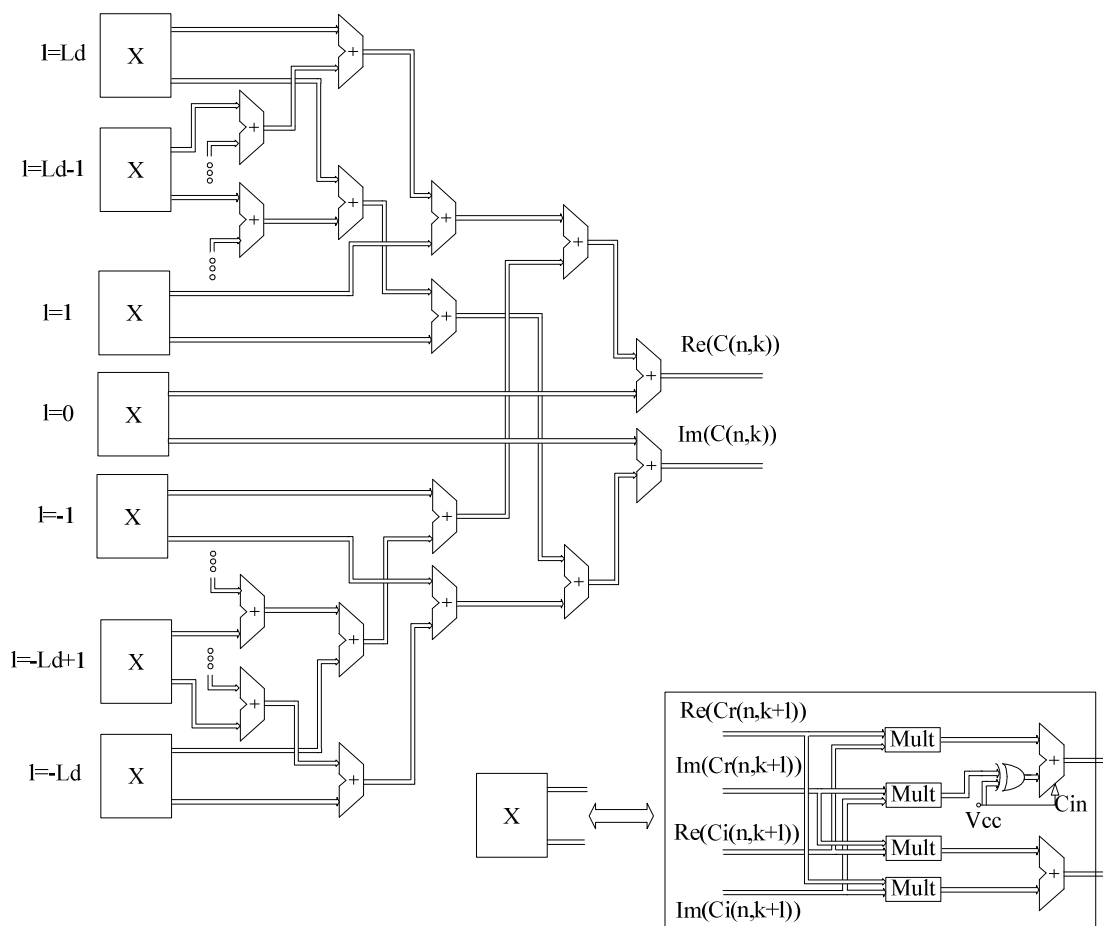
BLOK 5 - koncentraciona funkcija u vremensko-frekvencijskom domenu

Konačni oblik koncentracione funkcije se dobija kao:

$$C(n,k) = \sum_{l=-L_d}^{L_d} P(l) Cr(n,k+l) Ci(n,k-l). \quad (3.16)$$

Arhitektura za realizaciju $C(n,k)$ prikazana je na Slici 3.11. U realizaciji je korišćeno:

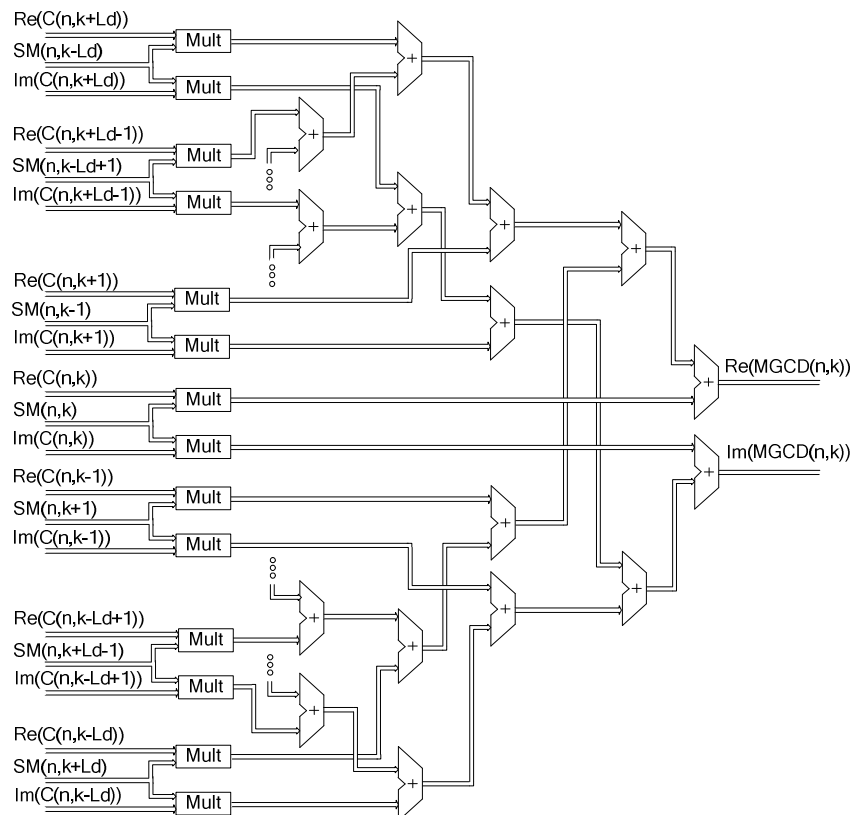
$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{C(n,k)\} &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \operatorname{Re}\{Cr(n,k+l)Ci(n,k-l)\} \\ &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \operatorname{Re}\{Cr(n,k+l)\operatorname{Re}\{Ci(n,k-l)\} - \operatorname{Im}\{Cr(n,k+l)\}\operatorname{Im}\{Ci(n,k-l)\}\}, \\ \operatorname{Im}\{C(n,k)\} &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \operatorname{Im}\{Cr(n,k+l)Ci(n,k-l)\} \\ &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \operatorname{Re}\{Cr(n,k+l)\}\operatorname{Im}\{Ci(n,k-l)\} - \operatorname{Im}\{Cr(n,k+l)\}\operatorname{Re}\{Ci(n,k-l)\}. \end{aligned} \quad (3.17)$$



Slika 3.11. Arhitektura za realizaciju koncentracione funkcije $C(n,k)$

Konačno, $C(n,k)$ je potrebno konvoluirati sa $SM(n,k)$ (Slika 3.12), čime je generalizovana vremensko-frekvencijska distribucija sa kompleksnim argumentom realizovana:

$$\begin{aligned} \text{Re}\{MGCD(n,k)\} &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \text{Re}\{SM(n,k+l)C(n,k-l)\}, \\ \text{Im}\{MGCD(n,k)\} &= \sum_{l=-L_d}^{L_d} \text{Im}\{SM(n,k+l)C(n,k-l)\}. \end{aligned} \quad (3.18)$$

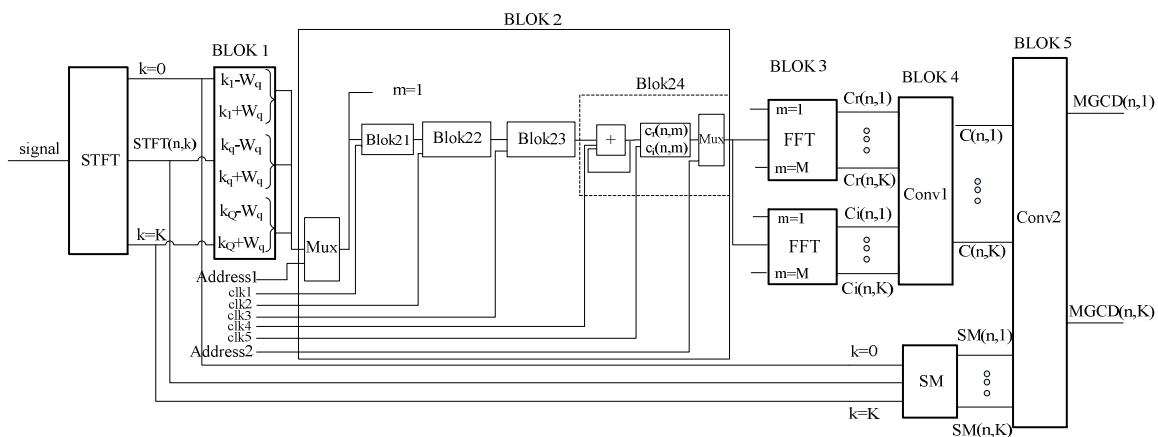


Slika 3.12. Arhitektura za realizaciju konvolucije $SM(n,k)$ i $C(n,k)$

3.2 SERIJSKA ARHITEKTURA

Za realizaciju paralelne arhitekture, opisane u prethodnom dijelu, potreban je veliki broj komponenti. Da bi se redukovao broj komponenti, predložena je serijska arhitektura. Opšta blok šema serijske arhitekture prikazana je na Slici 3.13.

Primijetimo da je kolo STFT isto kao kod paralelne realizacije. Realizacija koncentracione funkcije obavlja se pomoću kola: *BLOK 1*, *BLOK 2*, *BLOK 3* i *BLOK 4* prikazanih na Slici 3.13. Kola *BLOK 1* (razdvajanje komponenti signala) i *BLOK 3* (računanje Fourier-ove transformacije koncentracionih momenata) realizuju se na isti način kao odgovarajući blokovi u paralelnoj arhitekturi.

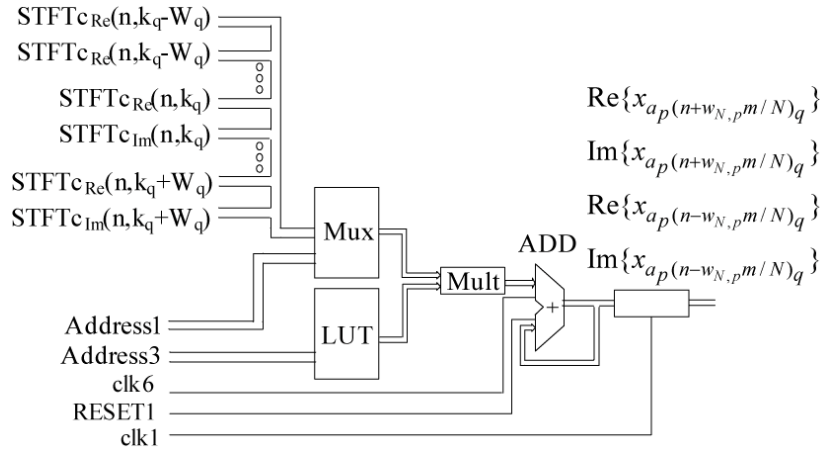


Slika 3.13. Serijska realizacija generalizovane vremensko-frekvencijske distribucije sa kompleksnim argumentom

Najznačajnije modifikacije u serijskoj arhitekturi izvršene su za *BLOK 2*, koji se sastoji od djelova označenih sa *Blok21*, *Blok22*, *Blok23* i *Blok24*. Njihova realizacija je opisana u nastavku.

Blok21: U okviru ovog bloka se, na osnovu relacija (3.7) i (3.9), vrši računanje signala sa kompleksnim argumentom. Serijska arhitektura za realizaciju ovog bloka data je na Slici 3.14. Konstante $A(m,k)$, $B(m,k)$, $AI(m,k)$ i $BI(m,k)$ (definisane relacijama (3.8) i (3.10)) smještene su u memoriji (LUT – look up table), iz koje se po potrebi isčitavaju i koriste. Pri serijskoj realizaciji koristi se samo jedan množač (Mult) i jedan kumulativni sabirač (ADD), što znači da se u jednom taktu vrši množenje samo jedne vrijednosti STFT sa odgovarajućom konstantom iz LUT. Ovaj proizvod se zatim, pomoću kumulativnog sabirača dodaje prethodno dobijenoj sumi. Da bi se obezbijedila sinhronizacija između odbiraka STFT i konstanti iz LUT, koriste se kontrolni signali, odnosno adrese: *Address 1* i *Address 3*. Rad kola kontrolišu dva takta: *clk1* i *clk6*. Signal *clk6* obezbjeđuje sinhronizaciju rada unutar samog kola (u okviru jednog takta *clk6* dobija se jedan član u sumi), dok signal *clk1* služi za sinhronizaciju sa ostalim kolima u sistemu. Po isteku četiri takta *clk1* dobijaju se vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom: $\text{Re}\{x_{ap}(n+w_{N,p}m)_q\}$, $\text{Im}\{x_{ap}(n+w_{N,p}m)_q\}$, $\text{Re}\{x_{ap}(n-w_{N,p}m)_q\}$ i $\text{Im}\{x_{ap}(n-$

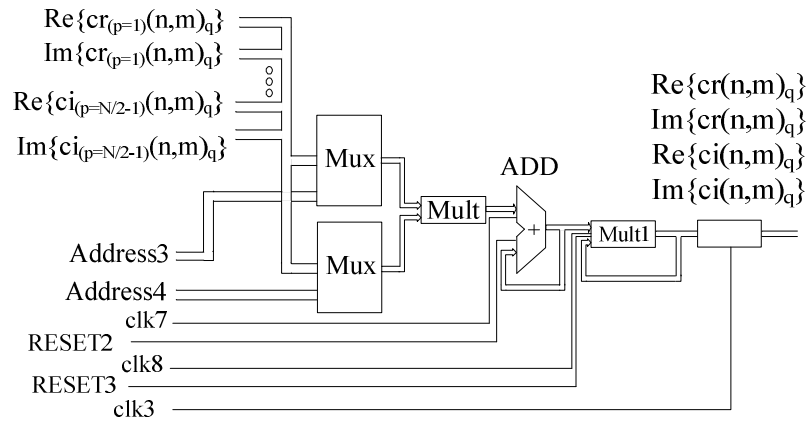
$w_{N,p}m)_q$. Signal *RESET1* koristi se za resetovanje kumulativnog sabirača na isteku svakog takta *clk1*.



Slika 3.14. Serijska arhitektura za realizaciju signala sa kompleksnim argumentom (Blok21)

Blok22: Signali sa izlaza kola *Blok21* koriste se, u okviru kola *Blok22*, za računanje koncentracionih momenata $cr_p(n, m)_q$ i $ci_p(n, m)_q$. Realizacija ovog kola u serijskoj arhitekturi identična je realizaciji korišćenoj u paralelnoj arhitekturi (Slika 3.7).

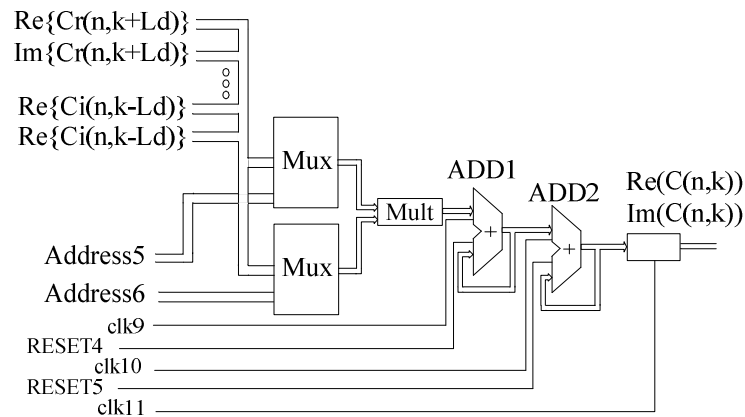
Blok23: U okviru ovog bloka računaju se ukupni koncentracioni momenti za svaku komponentu signala: $cr(n, m)_q$ i $ci(n, m)_q$. Serijska arhitektura je dizajnirana u skladu sa relacijom (3.12), i prikazana je na Slici 3.15. Signali: *Address4* i *Address5* određuju koji će par ulaznih vrijednosti biti pomnožen u kolu *Mult*, a zatim sabran pomoću kumulativnog sabirača *ADD*. Obje operacije obavljaju se u jednom taktu signala *clk7*. Nakon dva takta dobija se, na primjer, jedan realni dio proizvoda potreban za računanje $Re\{cr(n, m)_q\}$. Tada, se pomoću signala *RESET2*, prethodna vrijednost kumulativnog sabirača postavlja na 0. Dobijeni proizvod se, pomoću kumulativnog množača *Mult1*, množi prethodno dobijenim članovima. Nakon $(N/2-1)$ množenja, odnosno $(N/2-1)$ taktova signala *clk8*, dobija se, na primjer, $Re\{cr(n, m)_q\}$. Tada se pomoću signala *RESET3* vrši resetovanje kumulativnog množača. Po isteku $4(N/2-1)$ taktova, na izlazu ovog kola dobijaju se: $Re\{cr(n, m)_q\}$, $Im\{cr(n, m)_q\}$, $Re\{ci(n, m)_q\}$ i $Im\{ci(n, m)_q\}$. Za sinhronizaciju kola koristi se signal *clk3*.



Slika 3.15. Serijska arhitektura za realizaciju koncentracionih momenata $cr(n,m)_q$ i $ci(n,m)_q$ (Blok23)

Dobijeni koncentracioni momenti se, zatim, sumiraju u okviru kola *Blok23*, nakon čega se dobijaju rezultujući koncentracioni momenti $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$. Za realizaciju ovog bloka korišćena je ista arhitektura kao kod paralelne realizacije (Slika 3.9). Računanjem Fourier-ovih transformacija realnih i imaginarnih djelova $cr(n,m)$ i $ci(n,m)$ (u okviru kola *BLOK 3*, na Slici 3.10) dobijaju se koncentracione funkcije $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$.

Kolo *BLOK 4* se koristi za računanje konvolucije koncentracionih funkcija $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$. Nakon toga se dobija rezultujuća koncentraciona funkcija $C(n,k)$. Serijska arhitektura je realizovana na osnovu relacije (3.17) i prikazana je na Slici 3.16. Signali: *Address5* i *Address6* služe za odabir djelova $Cr(n,k)$ i $Ci(n,k)$, koji se, zatim, množe pomoću množača (Mult) i sabiraju u kumulativnom sabiraču ADD1. Prethodne operacije se izvršavaju u okviru jednog takta signala *clk9*, nakon čega se sabirač ADD1 resetuje signalom *RESET4*. Nakon $2L_d+1$ taktova signala *clk10* dobija se $\text{Re}\{C(n,k)\}$, poslije čega se kumulativni sabirač ADD2 resetuje signalom *RESET5*. Po isteku sljedećih $2L_d+1$ taktova signala *clk10*, dobija se $\text{Im}\{C(n,k)\}$, a onda se, čitavo kolo resetuje, signalom *clk11*.



Slika 3.16. Serijska arhitektura za realizaciju $C(n,k)$ (BLOK 4)

Na kraju se u okviru kola *BLOK 5* vrši konvolucija $SM(n,k)$ i $C(n,k)$, nakon čega se dobija vremensko-frekvencijska distribucija sa kompleksnim argumentom vremena. Za realizaciju ovog kola može se koristiti arhitektura sa Slike 3.16, s tim što nije potrebno koristiti sabirač ADD1.

3.3 PRAKTIČNI ASPEKTI REALIZACIJE SISTEMA

U ovom poglavlju su razmatrani praktični aspekti realizacije sistema za hardversku implementaciju generalne forme vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom. Da bi se obezbijedila zadovoljavajuća preciznost sistem treba realizovati korišćenjem komponenti koje podržavaju zapis broja sa pomičnim zarezom (floating point format – ovaj termin je korišćen u nastavku). Kao što je ranije pomenuto realne eksponencijalne funkcije (korišćene u računanju signala sa kompleksnim argumentom) mogu imati jako velike vrijednosti, te stoga trebaju biti predstavljene pomoću floating point zapisa. Shodno tome i vrijednosti signala sa kompleksnim argumentom će biti predstavljene u ovom formatu. Iako obezbjeđuje potrebnu preciznost, floating point aritmetika ima nedostatak, a to je veliko kašnjenje pri računanju. Tako se, na primjer, rezultat množenja dva broja u floating point zapisu dobija sa kašnjenjem od 5 taktova. Da bi se smanjilo ukupno kašnjenje sistema, pojedini njegovi djelovi se mogu

realizovati korišćenjem aritmetike sa fiksnom preciznošću (fixed point format). Naime, u dijelu paralelne realizacije (Slika 3.7) računaju se funkcije sinus i kosinus, što omogućava da se na izlazu ovih kola signal zapiše sa fiksnom preciznošću od, na primjer, 16 bita. Ovakav zapis broja može izazvati grešku reda 2^{-17} što se neće značajno odraziti na preciznost konačnog rezultata. Dakle, u nastavku realizacije se može koristiti fiksni zapis broja, čime se ukupno kašnjenje sistema može značajno smanjiti.

Nadalje je upoređen ukupan broj kola, kao i najduža putanja (kašnjenje) u sistemima baziranim na paralelnoj i serijskoj arhitekturi. Ukupan broj kola potreban za paralelnu realizaciju sistema dat je u Tabeli 3.1, dok je za serijsku realizaciju dat u Tabeli 3.2.

TABELA 3.1. UKUPAN BROJ KOLA ZA PARALELNU REALIZACIJU

	Sabirači	Množaci	Ostale komponente
Slika 3.2	3	4	
Slika 3.3	$2L_d+1$	$2L_d+1$	
Slika 3.5	$8W_q+2$	$8W_q+4$	
Slika 3.7	$5(N/2-1)$	$10(N/2-1)$	2ln, divide, atan, cos, sin
Slika 3.8	$N-4$	$4(N/2-2)$	
Slika 3.9	$4(Q-1)$		
Slika 3.10	$4(2+\log_2 N_s)$	$4\log_2 N_s$	
Slika 3.11	$8L_d+2$	$8L_d+4$	
Slika 3.12	$4L_d$	$2L_d+2$	

TABELA 3.2. UKUPAN BROJ KOLA ZA SERIJSKU REALIZACIJU

	Sabirači	Množaci	Ostale komponente
STFT	4	4	
SM	1	1	Mux
Block21	1	1	Mux, LUT
Block22	5	10	2ln, divide, atan, cos, sin
Block23	1	2	2 Mux
Block24	1		Mux
BLOCK3	$4(2+\log_2 N_s)$	$4\log_2 N_s$	
BLOCK4	4	4	Mux
BLOCK5	2	2	Mux

Najduža putanja u obje realizacije je ona koja povezuje registar u kojem je smješteno $STFT(n-1,k)$ sa izlazom sistema $MGCD(n,k)$. Za paralelnu realizaciju, najduža putanja data je u Tabeli 3.3, dok je za serijsku realizaciju ona data u Tabeli 3.4.

TABELA 3.3 NAJDUŽA PUTANJA ZA PARALELNU REALIZACIJU

	Sabirači	Množaci	Ostale komponente
Slika 3.2	2	1	
Slika 3.3	L_d+1	1	
Slika 3.5	$2W_q$	1	
Slika 3.7	1	2	(cos or sin) i ((div+atan) ili (ln+add))
Slika 3.8	$\lceil \log_2(N/2-1) \rceil$	$\lceil \log_2(N/2-1) \rceil$	
Slika 3.9	$\lceil \log_2 Q \rceil$		
Slika 3.10	$1 + \log_2 N_s$	$\log_2 N_s$	
Slika 3.11	L_d+2	1	
Slika 3.12	L_d+1	1	

TABELA 3.4 NAJDUŽA PUTANJA ZA SERIJSKU REALIZACIJU

	Sabirači	Množaci	Ostale komponente
STFT	2	1	
SM	$2L_d+1$	L_d+1	
Block21	$4(2W_q+1)$	$4(2W_q+1)$	
Block22	$N/2-1$	$2(N/2-1)$	((cos or sin) and ((div+atan) or (ln+add)))
Block23	$(N/2-1)$	$2(N/2-1)$	
Block24	Q	Q	
BLOCK3	$\log_2 N_s$	$\log_2 N_s$	
BLOCK4	$2(2L_d+1)$	$2L_d+1$	
BLOCK5	$2L_d+1$	$2L_d+1$	

U Tabeli 3.5 dat je ukupan broj komponenti kao i broj kola po najdužoj putanji, za obje realizacije, za vrijednosti parametara: $N_s=128$, $N=6$, $W_q=2$, $L_d=2$, $Q=2$.

TABELA 3.5 POREĐENJE PARALELNE I SERIJSKE REALIZACIJE

	Paralelna realizacija		Serijska realizacija	
	Sabirači	Množaci	Sabirači	Množaci
Ukupan broj komponenti	190	216	55	52
Kašnjenje	25	15	189	341

Na osnovu datih podataka jasno slijedi da serijska realizacija zahtijeva znatno manje komponenti. Međutim, kašnjenje sistema u serijskoj realizaciji znatno je veće u odnosu na paralelnu realizaciju.

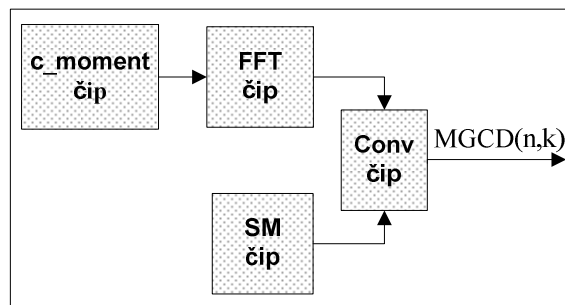
3.4 FPGA IMPLEMENTACIJA PARALELNE ARHITEKTURE

Predložena arhitektura može biti implementirana korišćenjem hardverskih rješenja, kao što su: digital signal processor, ASIC (application specific integrated circuit) i FPGA implementacije. Digital signal processor nije pogodan za aplikacije u realnom vremenu, naročito kada se zahtijevaju velike brzine obrade, iako omogućava jednostavnu implementaciju softverskih rješenja. Velike brzine obrade, uz visok stepen paralelizma omogućavaju ASIC i FPGA implementacije. Osnovni nedostaci ASIC implementacije su vrijeme proizvodnje čipa, kao i visoka cijena. Stoga je hardverska realizacija predložene paralelne arhitekture izvršena korišćenjem FGPA realizacije. Takođe, FPGA implementacija daje mogućnost rekonfiguracije, brzu i jeftinu izradu, ugrađena specijalna hardverska rješenja, itd. Za implementaciju predloženog sistema korišćeni su FPGA čipovi, koje proizvodi Altera, kao i Quartus II v.8.0 softver.

U ovom poglavlju je razmatrana FPGA implementacija vremensko-frekvencijske distribucije sa kompleksnim argumentom četvrtog reda. Pojednostavljena blok šema sistema prikazana je na Slici 3.17. Dakle, u realizaciji se koriste čipovi za implementaciju: S-metoda (SM čip), koncentracionog momenta (c-moment čip), Fourier-ove transformacije (FFT čip) i na kraju konvolucije (Conv čip)

FPGA implementacija S-metoda predložena je u radu [35]. Za FPGA čip EPF10K100G503 potrebno je 113 pinova (od 400 koje čip posjeduje), 4338 od maksimalnih 4992 logičkih elemenata, uz napajanje od 5V. Realizacija c-moment čipa je znatno složenija i detaljno je razmatrana u nastavku. Quartus softver sadrži rješenje za implementaciju FFT algoritma (FFT MegaCore function), koje za čip EP3SE50F780C2 iz Stratix III kategorije sa 16-bitnim zapisom zahtijeva 4290 aritmetičko-logičkih

jedinica, 5116 memorijskih bita, 20 množača (sa 18x18 DSP – digital signal processing blokova), uz vrijeme od 0.37 μ s, potrebno za računanje transformacije, [43]-[45]. Za računanje konvolucije (Conv čip) se može koristiti isti čip kao i za realizaciju S-metoda



Slika 3.17. Blok šema za FPGA implementaciju

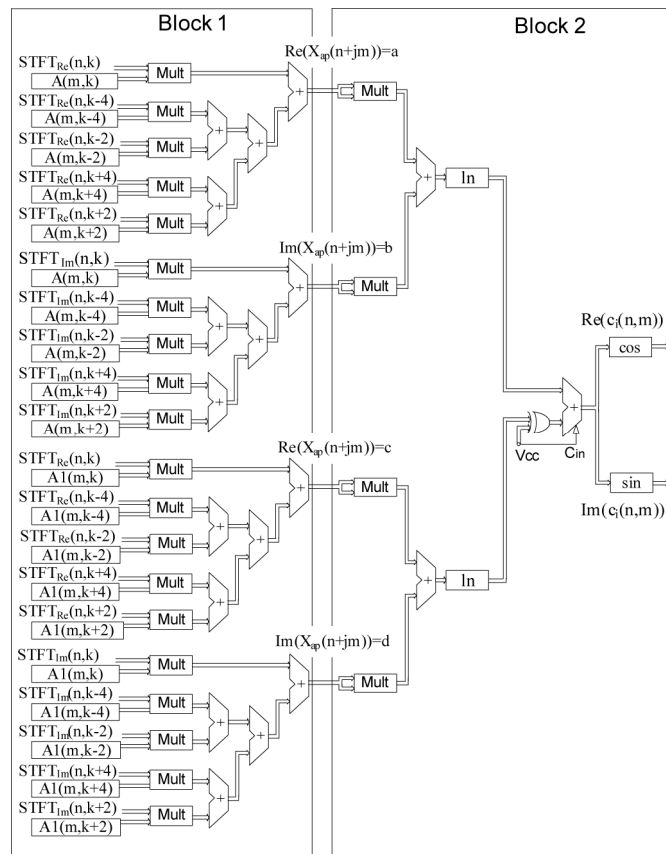
Realizacija čipa c_moment: Za slučaj $N=4$ dobija se jednostavnija arhitektura u odnosu na arhitekture date u poglavlju 3.1. Naime, za $N=4$, važi da je $w_{N,p} \in [j, -j]$, ($p=0,1$), te je $c(n,m)=ci(n,m)$, (jer je $cr(n,m)=1$). Arhitektura za računanje $c(n,m)$ je prikazana na Slici 3.18. Kolo *Blok 1* se koristi za računanje signala sa kompleksnim argumentom, dok se u kolu *Blok 2* računa $c(n,m)$. Primijetimo da se i računanje signala sa kompleksnim argumentom vrši jednostavnije, s obzirom da je član $B(m)=0$. Šematski dijagram za FPGA realizaciju signala $\text{Re}\{x_{a_p}(n+jm)\} = a$ dat je na Slici 3.19.

S obzirom da je $Ns=128$ korišćena je proširena jednostruka preciznost, da bi se izbjegle nepreciznosti u računanju.

Ulazni pinovi: $s1[42..0]$, $s3[42..0]$, ..., $s9[42..0]$ predstavljaju $\text{STFT}(n,k-4)$, $\text{STFT}(n,k-2)$, ..., $\text{STFT}(n,k)$, respektivno. Na ulazne pinove: $s2[42..0]$, $s4[42..0]$, ..., $s10[42..0]$, dovode se 43-bitne vrijednosti konstanti: $A(m,k-4)$, $A(m,k-2)$, ... $A(m,k)$. Maksimalne karakteristike čipa i iskorišćeni resursi za FPGA čip EP3C40F780C6 iz Cyclone III kategorije dati su u Tabeli 3.6.

Šematski dijagram za FPGA realizaciju drugog dijela sistema (*Blok 2* na Slici 3.18) dat je na Slici 3.20. Ulazni pinovi: $a[42..0]$, $b[42..0]$, $c[42..0]$ i $d[42..0]$

predstavljaju izlaze kola za računanje signala sa kompleksnim argumentom. Karakteristike za FPGA čip EP3C16F484C6 date su u Tabeli 3.7.



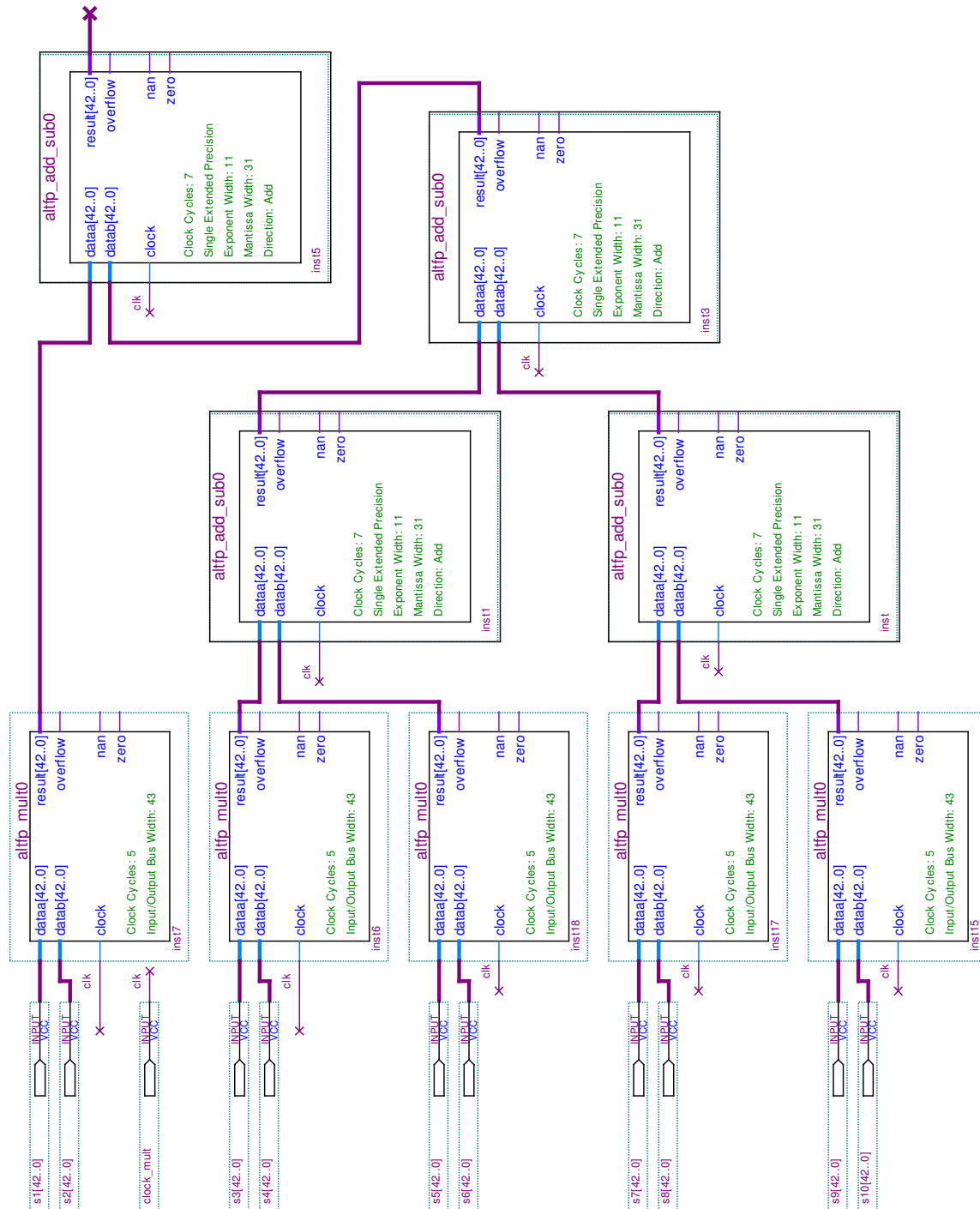
Slika 3.18. Arhitektura za računanje koncentracione funkcije

TABELA 3.6. KARAKTERISTIKE ZA ČIP DAT NA SLICI 3.19

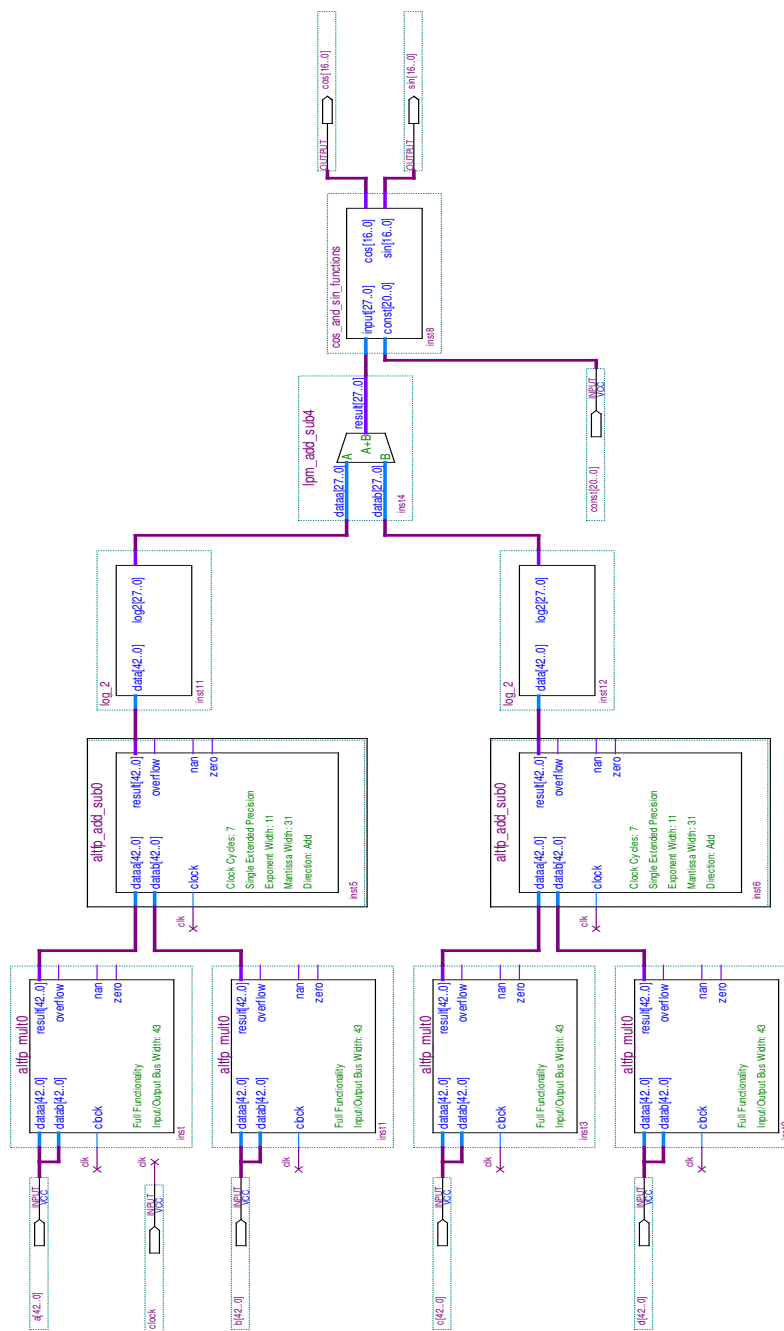
EP3C40F780C6	Broj pinova	Logički elementi	Brzina rada	Napajanje
Dostupno	535	39600	500 MHz	1.2 V
Iskorišćeno	474 (88%)	8284 (21%)	91 MHz	1.2 V

TABELA 3.7 KARAKTERISTIKE ZA ČIP DAT NA SLICI 3.20

EP3C16F484C6	Broj pinova	Logički elementi	Brzina rada	Napajanje
Dostupno	347	15408	500 MHz	1.2 V
Iskorišćeno	220 (63%)	6836 (44%)	158 MHz	1.2 V



Slika 3.19. FPGA realizacija sistema za računanje signala sa kompleksnim argumentom



Slika 3.20. FPGA realizacija koncentracione funkcije

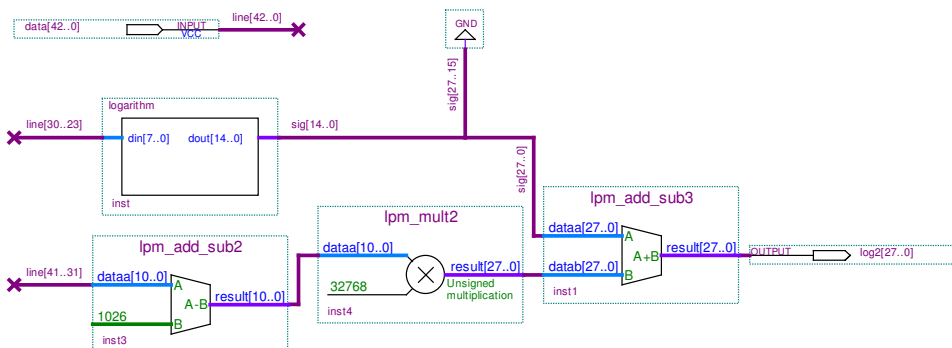
Softver Quartus II v8.0 ne posjeduje odgovarajuća rješenja za računanje prirodnog logaritma, sinusne i kosinusne funkcije. Stoga je potrebno realizovati ove funkcije. U tu svrhu se može koristiti nekoliko pristupa kao što su: polinomijalne aproksimacije,

CORDIC (COordiante Rotation DIgital Computer) algoritmi ili LUT tabele. Polinomijalne aproksimacije zahtijevaju veliku preciznost zapisa i bazirane su na iterativnom postupku računanja, te nijesu pogodne za korišćenje u aplikacijama koje zahtijevaju veliku brzinu obrade. Rekurzivni CORDIC algoritam omogućava realizaciju trigonometrijskih, logaritamskih i eksponencijalnih funkcija, uz upotrebu malog broja komponenti, [46]-[48]. Međutim, za preciznost do 16 bita LUT tabele omogućavaju najbrže dobijanje rezultata. Sprovedeni testovi pokazuju da je 16-bitna preciznost dovoljna za računanje trigonometrijskih i logaritamskih funkcija i da dalje povećanje preciznosti ne doprinosi poboljšanju rezultata. Stoga je, za realizaciju ovih funkcija, korišćen LUT pristup.

Prirodni logaritam: S obzirom da se u hardverskoj realizaciji koristi binarna aritmetika, prirodni logaritam broja X može biti zapisan pomoću logaritma za osnovu 2: $\ln X = \frac{\log_2 X}{\log_2 e}$. Na ulaz kola za računanje logaritma dovode se brojevi u floating point

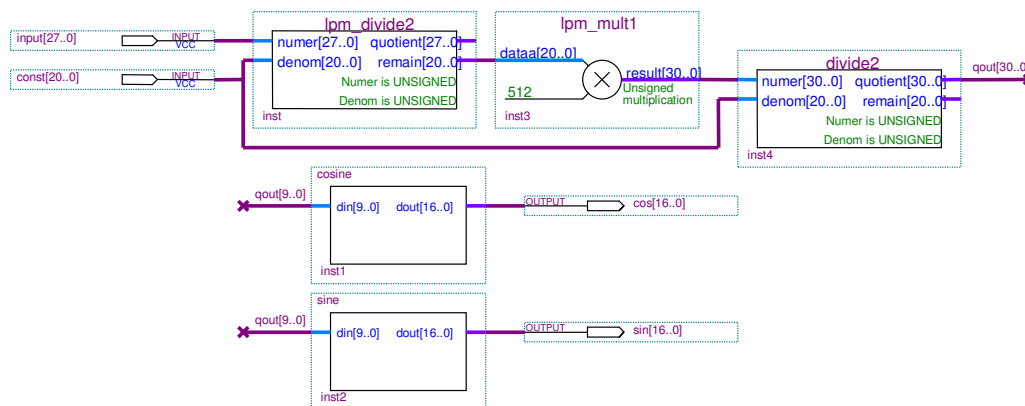
IEEE 754 zapisu: $X = x_1 2^{x_2}$, gdje su x_1 i x_2 mantisa i eksponent (prema IEEE 754 standardu). Tada važi: $\ln X = \frac{\log_2 x_1 2^{x_2}}{\log_2 e} = \frac{x_2 + \log_2 x_1}{\log_2 e}$. U kolu za računanje logaritma

realizovan je logaritam za osnovu 2, dok je skaliranje sa $\log_2 e$ izvršeno kasnije, u kolu za računanje sinusa i kosinusa. Šematski dijagram za FPGA implementaciju logaritma za osnovu 2 dat je na Slici 3.21. Napomenimo da je u zapisu broja sa proširenom jednostrukom preciznošću eksponent predstavljen sa 11 bita, te je prema IEEE 754 standardu eksponent uvećan za 1023. Takođe, floating-point množači daju rezultat koji je pomnožen sa 2, odnosno eksponent broja je uvećan za 1. Dakle eksponent x_2 je uvećan za 1026, u odnosu na svoju pravu vrijednost. Stoga je korišćenjem kola **lpm_add_sub2** (na Slici 3.21) eksponent umanjen za 1026. Za računanje $\log_2 x_1$ korišćena je tabela LUT, koja sadrži 255 vrijednosti računatih kao: $LUT(x_1) = \text{round}(2^{15} \log_2 x_1)$. Prvih 8 bita mantise korišćeni su za isčitavanje vrijednosti iz LUT. Da bi se omogućilo pravilno predstavljanje rezultata u binarnom zapisu, x_2 je pomjereno za 15 bita (**lpm_mult2** na Slici 3.21), te se na izlazu kola za računanje logaritma $\log_2[27..0]$ dobija: $(2^{15} \cdot x_2 + LUT(x_1))$.



Slika 3.21. FPGA realizacija logaritamske funkcije (log₂ function)

Računanje sinus i kosinus funkcija. Za realizaciju funkcija sinus i kosinus razvijeno je kolo **cos_and_sin_function**, čija je realizacija prikazana na Slici 3.22. Ulazna vrijednost u ovo kolo skalirana je sa konstantom $1/(4\pi \cdot 2^{15} \log_2 e)$ (const[20..0]), korišćenjem kola **lpm_divide2**. Ostatak (remain[20..0]) služi za isčitavanje vrijednosti iz LUT tabele koja sadrži vrijednosti za sinus i kosinus. Da bi se obezbijedila zadovoljavajuća preciznost ostatak je kvantizovan na 512 vrijednosti, što je realizovano množenjem sa 512.



Slika 3.22. FPGA realizacija funkcija sinus i kosinus (cos_and_sin function)

Na kraju je upoređena propusna moć i kašnjenje softverske simulacije i predložene realizacije. Propusna moć za simulaciju u MATLAB-u 7, na Pentium IV računaru sa 3.2GHz i 1GB RAM iznosi 4.6Mbs, dok je kašnjenje 90 μ s. Za hardversku realizaciju propusna moć iznosi 6.9Gbs, uz kašnjenje od 180ns. Kao što je i očekivano, predložena FPGA implementacija značajno prevazilazi softversku.

GLAVA 4

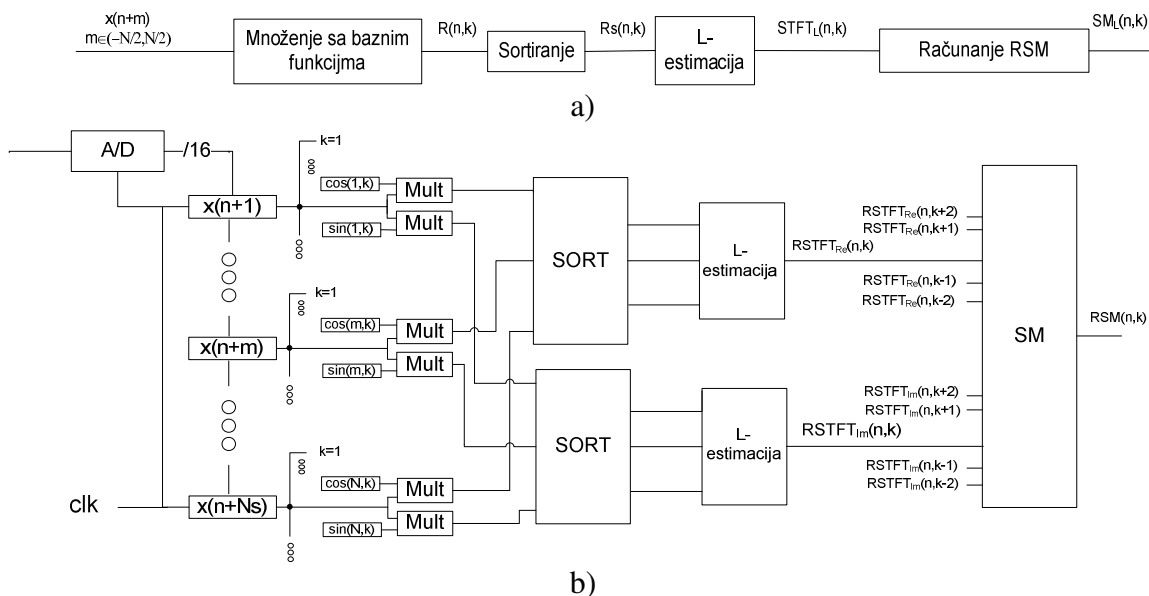
HARDVERSKA REALIZACIJA ROBUSTNIH VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA

U prisustvu impulsnog šuma standardne vremensko-frekvencijske distribucije daju loše rezultate. Stoga je potrebno koristiti robustne vremensko-frekvencijske distribucije u slučaju signala zahvaćenih impulsnim šumom. Realizacija ovih distribucija zahtijeva operaciju sortiranja, što softversku realizaciju čini nepogodnom za aplikacije u realnom vremenu. Hardverska realizacija robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija je predložena u ovoj glavi. Posebna pažnja posvećena je realizaciji algoritma za sortiranje, kao najzahtijevnijeg dijela čitavog sistema.

4.1 ARHITEKTURA ZA REALIZACIJU ROBUSTNIH VREMENSKO-FREKVENCIJSKIH DISTRIBUCIJA

Opšta blok šema sistema za realizaciju L-estimacije robustne STFT (relacija (2.11)) i L-estimacije robustnog SM (relacija (2.36)) prikazana je na Slici 4.1.a, dok je na Slici 4.1.b data paralelna arhitektura za njihovu realizaciju. Prvi korak u realizaciji predstavlja množenje odbiraka ulaznog signala $x(n+m)$ sa odgovarajućim baznim funkcijama $e^{-j2\pi mk/N}$. Izdvajanjem realnih i imaginarnih djelova baznih funkcija dobijaju se signali: $R(n,k) = \{r_m(n,k) : \text{Re}(x(n+m)e^{-j2\pi km/N}, m \in [-N/2, N/2])\}$ i $I(n,k) = \{i_m(n,k) : \text{Im}(x(n+m)e^{-j2\pi km/N}, m \in [-N/2, N/2])\}$. Oni se, u okviru kola SORT, sortiraju tako da se dobiju sortirani signali: $Rs(n,k) = \{rs_i(n,k), rs_i(n,k) \leq rs_{i+1}(n,k)\}$ i $Is(n,k) = \{is_i(n,k), is_i(n,k) \leq is_{i+1}(n,k)\}$. Ovo

je najsloženiji i računski najzahtjevniji dio predloženog sistema i detaljno je opisan u nastavku. Signali sa izlaza kola za sortiranje se, dalje, prosljeđuju u kolo “L-estimacija“, na čijem se izlazu dobija $STFT_L$. Zatim se u kolu RSM, na osnovu $STFT_L$, dobija SM_L . Za realizaciju RSM kola koristi se ista arhitektura kao i za računanje standardnog S-metoda (Slika 3.3).



Slika 4.1. a) Blok šema za realizaciju sistema, b) paralelna arhitektura za realizaciju $RSTFT_L$ i RSM_L

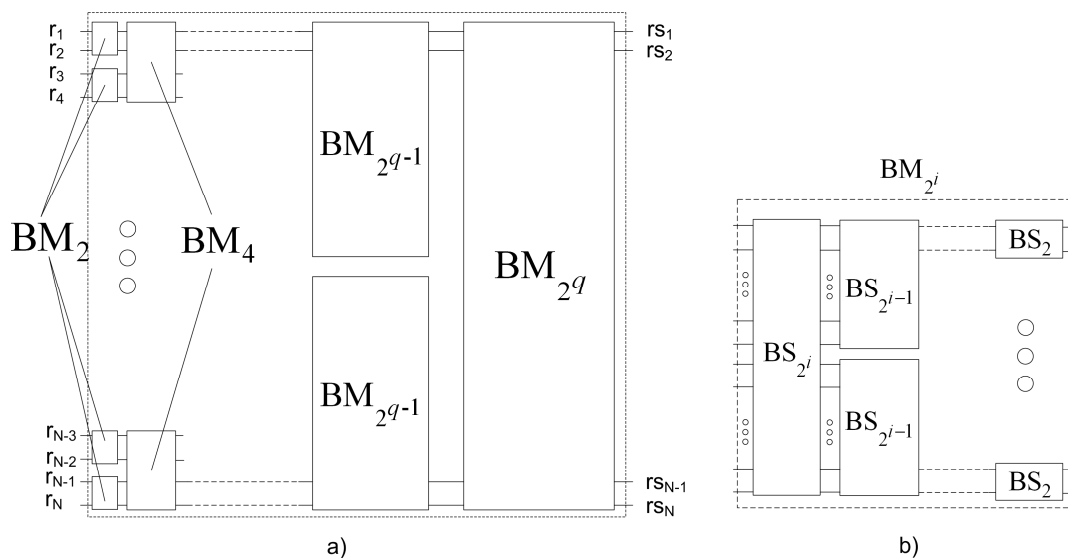
4.1.1 Arhitektura za realizaciju algoritma za sortiranje

Za sortiranje niza elemenata predložen je veliki broj različitih algoritama. Sa stanovišta hardverske implementacije najpogodniji su algoritmi koji se realizuju pomoću mreža za sortiranje, kao što su Radix sort, Heap sort, Merge sort, Bitonic sort, [49]-[56]. Naime, mreže za sortiranje su dizajnirane tako da omogućavaju paralelnu realizaciju, što značajno skraćuje vrijeme potrebno za sortiranje niza elemenata. Pokazano je da je Radix sort algoritam najefikasniji za sortiranje velikih nizova, dok za nizove manje dužine Bitonic sort algoritam omogućava najbrže dobijanje rezultata, [55]. U vremensko-

frekvencijskoj analizi, broj odbiraka unutar prozora je relativno mali (često 256 ili 512). Stoga je za realizaciju operacije sortiranja odabran Bitonic sort algoritam.

Bitonic sort algoritam radi na principu spajanja dva sortirana niza dužine 2^{i-1} (jednog sortiranog u nerastućem i drugog sortiranog u neopadajućem redosljedu) u jedan uređeni niz dužine 2^i , [49], [53]. Nakon toga se dobijeni niz dijeli na dva niza, tako da su elementi jednog niza veći od elemenata drugog. Postupak razdvajanja nizova naziva se Bitonic split – BS operacija, odnosno BS korak. Ovaj postupak se ponavlja, sve dok se ne dobiju nizovi dužine 2^0 , kada je završen postupak sortiranja početnog niza. Prethodno opisana procedura (u kojoj se razdvajanjem nizova dobija sortirani niz) naziva se Bitonic merge – BM operacija.

Blok šema Bitonic sort mreže, za sortiranje niza od $N=2^q$ elemenata, prikazana je na Slici 4.2.a.

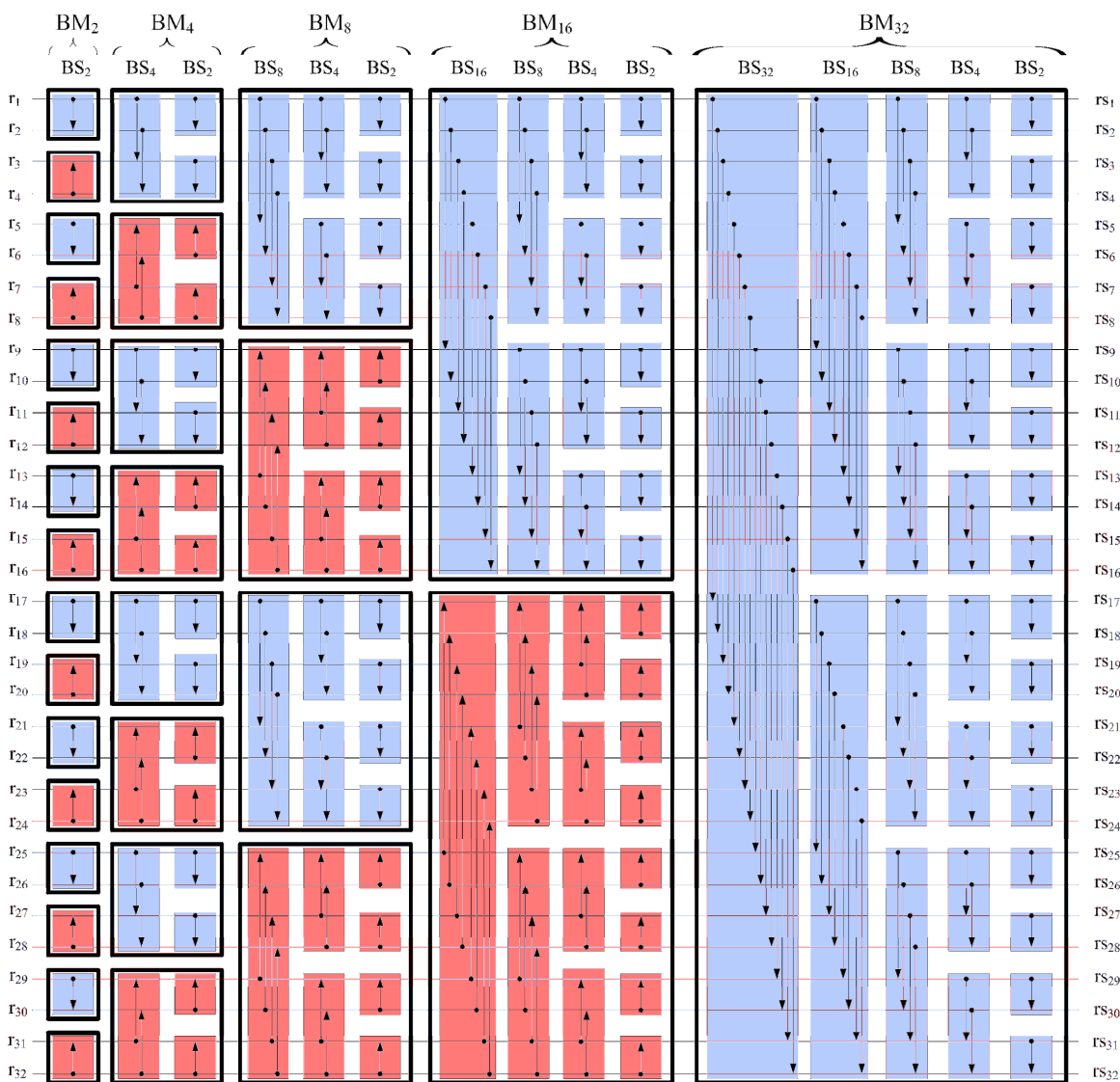


Slika 4.2. a) Blok šema Bitonic sort algoritma, b) Bitonic merge operacija

Primijetimo da se BM operacija najprije primjenjuje na nizove dužine 2 (BM_2 nivo). Zatim se po dva sortirana niza dužine 2 spajaju da bi se dobili sortirani nizovi dužine 4 (BM_4 nivo). Postupak se nastavlja sve dok se, na kraju BM_N nivoa, ne dobije sortirani niz dužine N . Dakle, ukupan broj BM nivoa je $q=\log_2 N$. Ranije je pomenuto da se sortiranje u okviru BM operacije vrši razdvajanjem nizova, odnosno primjenom BS

operacija. Tako se, BM_{2^i} nivo sastoji od i BS koraka. Blok šema BM_{2^i} operacije prikazana je na Slici 4.2.b. Na osnovu prethodnog, slijedi da je za sortiranje niza od N elemenata potrebno izvršiti $((\log_2 N + 1) \log_2 N) / 2$ operacija.

Detaljna šema Bitonic sort mreže, koja sortira ulazni niz od $N=32$ elementa, u neopadajućem redosljedu, prikazana je na Slici 4.3, [57].



Slika 4.3. Detaljna šema Bitonic sort mreže za sortiranje 32 elementa u neopadajućem redosljedu

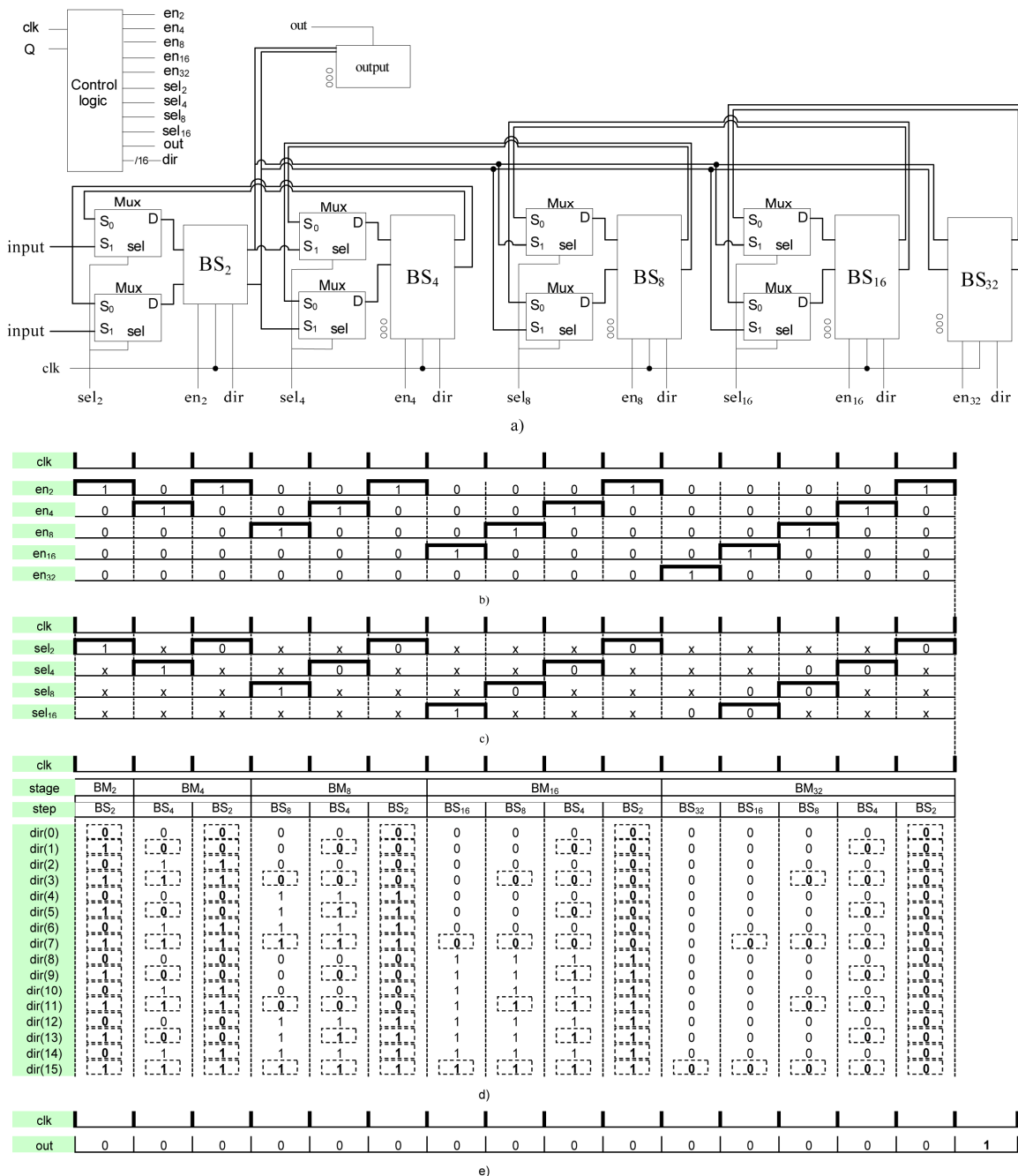
Oivičeni blokovi predstavljaju BM nivoe. Plavom bojom označeni su BS blokovi koji vrše sortiranje u neopadajućem redosljedu, dok su crvenom bojom označeni BS blokovi za sortiranje u nerastućem redosljedu. Blokovima BS_2 , BS_4 , BS_8 , BS_{16} i BS_{32} su označene BS operacije za upoređivanje 2, 4, 8, 16 i 32 elementa, respektivno. Strelice unutar ovih blokova povezuju linije koje treba da budu upoređene. Vrh strelice označava u kojem se smjeru vrši sortiranje: vrh strelice nadolje označava sortiranje u neopadajućem redosljedu, dok vrh strelice nagore znači sortiranje u nerastućem redosljedu.

Sa Slike 4.3 se može uočiti da se BS koraci javljaju u različitim BM nivoima. Tako se, na primjer, BS_2 korak pojavljuje u svim BM nivoima, dok BS_4 korak postoji u: BM_4 , BM_8 , BM_{16} i BM_{32} nivoima. Dakle, može se zaključiti da postoji značajan broj komponenti koje se ponavljaju. Očigledno je da se broj komponenti za realizaciju Bitonic sort mreže može smanjiti upotrebom rekurzivne realizacije, [57]. Rekurzivna realizacija za jedan kanal Bitonic sort mreže data je na Slici 4.4.a. Uvedena je odgovarajuća kontrolna logika, kojom se generišu signali za pravilno funkcionisanje rekurzivne realizacije.

Za kontrolu rada komponenti BS_2 , BS_4 , BS_8 , BS_{16} i BS_{32} koriste se enable signali: en_2 , en_4 , en_8 , en_{16} i en_{32} . Vremenski dijagram pojavljivanja ovih signala dat je na Slici 4.4.b. Primijetimo da je u jednom taktu samo jedan enable signal setovan, što znači da će samo jedna BS komponenta biti aktivna.

U rekurzivnoj realizaciji multiplexori se koriste da selektuju signal koji treba da bude prosljeđen na ulaz trenutno aktivnih BS kola. Naime, imajući na umu paralelnu realizaciju (Slika 4.3) može se uočiti da su ulazni signali za kolo BS_2 , u BM_2 nivou, elementi nesortiranog niza (ulaz S1 multiplexora). U svim ostalim BM nivoima ulazi kola BS_2 su izlazi iz BS_4 kola (ulaz S0 multiplexora). Slično tome, ulazi BS_4 kola, u BM_4 nivou, predstavljaju izlaze iz kola BS_2 . U ostalim slučajevima na ulaz BS_4 kola se prosljeđuju izlazi iz BS_8 kola. Signali: sel_2 , sel_4 , sel_8 i sel_{16} predstavljaju adresne signale za multiplexore. Redosljed pojavljivanja i vrijednosti ovih signala prikazani su na Slici 4.4.c. Vrijednost jedan znači da je selektovan signal sa ulaza S1, dok vrijednost nula

obežbuje selektovanje signala sa ulaza S0. Simbol "x" je korišćen kada nije bitna vrijednost adresnih signala, odnosno kada je odgovarajuće BS kolo neaktivno.



Slika. 4.4. Optimizacija Bitonic sort algoritma: a) rekurzivna realizacija za jedan kanal, b) signali za sinhronizaciju BS komponenti, c) adresni signali za multiplexer, d) kontrola za smjer sortiranja, e) kontrola izlaza is bloka za sortiranje

U paralelnoj realizaciji smjer sortiranja (opadajući ili rastući) za svako BS kolo je određen njegovom pozicijom u Bitonic sort mreži. Primijetimo da isto kolo, u različitim BM nivoima vrši sortiranje u različitom smjeru. Stoga je, u rekurzivnoj realizaciji, potrebno definisati signal koji će određivati smjer sortiranja za svako BS kolo. Ovaj signal je označen sa “*dir*”.

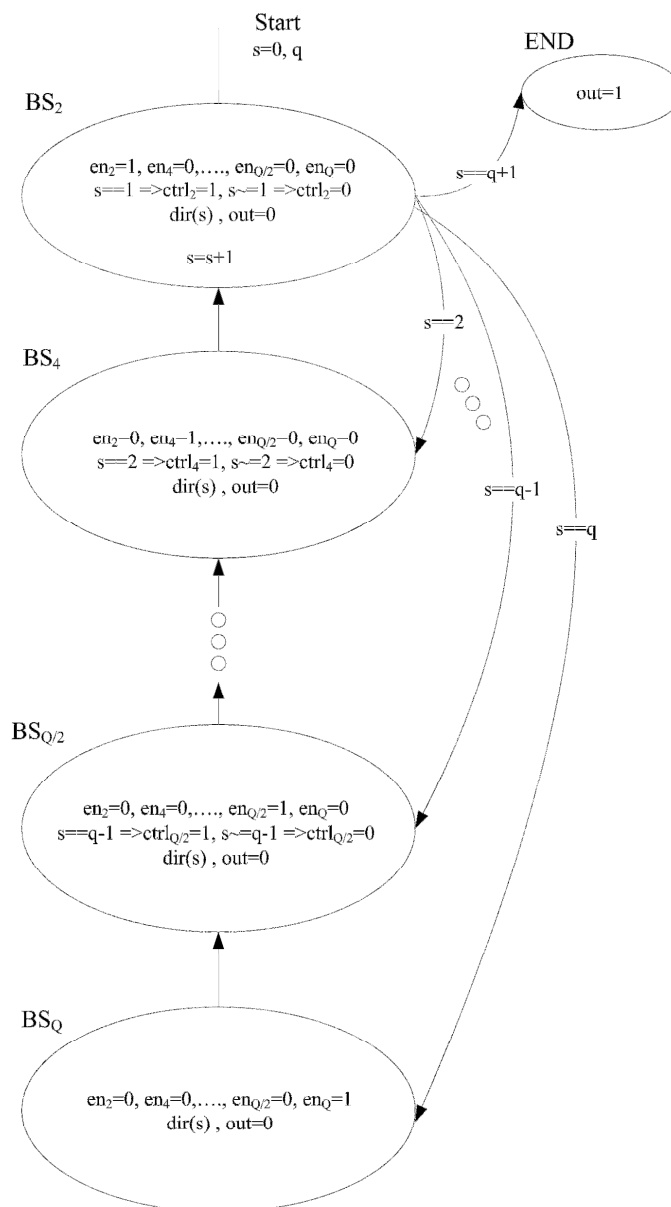
S obzirom da je za niz od 32 elementa potrebno šestnaest BS₂ kola, signal “*dir*” treba da ima 16 bita (*dir*(0), *dir*(1),...,*dir*(15)), odnosno po jedan za svako BS₂ kolo. Takođe, imamo osam BS₄ kola, što znači da odgovarajući signal “*dir*” treba da ima 8 bita. Imajući u vidu da sva BS kola u okviru jednog BM nivoa imaju isti smjer sortiranja, za kontrolu BS₄ kola se može koristiti svaki drugi bit signala “*dir*” definisanog za BS₂ kola, odnosno *dir*(1), *dir*(3), *dir*(5),..., *dir*(15). Slično važi i za ostala BS kola. Vrijednosti signala “*dir*” u svakom taktu date su na Slici 4.4.d, (logička nula predstavlja sortiranje u rastućem redosljedu, dok logička jedinica označava sortiranje u opadajućem redosljedu). Biti koji se koriste za kontrolu BS kola, u datom taktu su uokvireni. Imajući u vidu da je signal “*dir*” isti u okviru jednog BM nivoa, možemo zaključiti da postoji pet različitih “*dir*” signala (Slika 4.5).

Sortirani niz se dobija na izlazu BS₂ kola u zadnjem BM nivou (BM₃₂ nivo). S obzirom da se u rekurzivnoj realizaciji, BS₂ kola koriste više puta, uveden je kontrolni signal “*out*” kojim se određuje kada izlazi iz BS₂ kola predstavljaju sortirani izlazi niz (Slika 4.4.e).

	BM2	BM4	BM8	BM16	BM32
<i>dir</i> (0)	0	0	0	0	0
<i>dir</i> (1)	1	0	0	0	0
<i>dir</i> (2)	0	1	0	0	0
<i>dir</i> (3)	1	1	0	0	0
<i>dir</i> (4)	0	0	1	0	0
<i>dir</i> (5)	1	0	1	0	0
<i>dir</i> (6)	0	1	1	0	0
<i>dir</i> (7)	1	1	1	0	0
<i>dir</i> (8)	0	0	0	1	0
<i>dir</i> (9)	1	0	0	1	0
<i>dir</i> (10)	0	1	0	1	0
<i>dir</i> (11)	1	1	0	1	0
<i>dir</i> (12)	0	0	1	1	0
<i>dir</i> (13)	1	0	1	1	0
<i>dir</i> (14)	0	1	1	1	0
<i>dir</i> (15)	1	1	1	1	0

Slika 4.5. Signal “*dir*” za različite BM nivoe

U cilju automatskog generisanja kontrolnih signala, predložen je Moore-ov automat konačnih stanja (finite state machine), prikazan na Slici 4.6, [57].



Slika 4.6. Automat konačnih stanja za generisanje kontrolnih signala

Za određivanje sljedećeg stanja, kao i vrijednosti kontrolnih signala u svakom stanju, korišćen je samo jedan parametar, a to je broj s koji označava trenutni BM nivo.

Broj stanja jednak je broju BS kola ($q=\log_2 N$), odnosno za svako BS kolo definisano je posebno stanje. Prelazak na naredno stanje nije jednoznačno određen samo u slučaju kada je trenutno stanje BS_2 . Tada se sljedeće stanje određuje na osnovu narednog BM nivoa. U svim ostalim slučajevima, prelazak na naredno stanje automatski je određen, tako da je naredno BS stanje nižeg reda od trenutnog BS stanja. Na primjer, ako je trenutno stanje BS_8 prelazi se u BS_4 stanje.

Vrijednosti kontrolnih signala u svakom od stanja su dati na Slici 4.6. Ranije je rečeno da se signal “*dir*” ne mijenja tokom jednog BM nivoa. Dakle, na osnovu trenutnog BM nivoa vrijednost signala “*dir*” može biti isčitana iz tabele LUT (look up table) koja sadrži sve dozvoljene vrijednosti signala “*dir*”. Primjer LUT tabele za $N=32$ prikazan je na Slici 4.5.

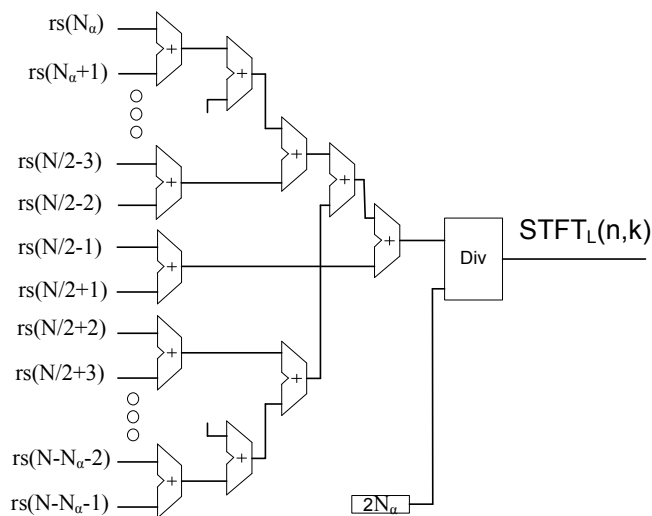
BLOCK 3 – Arhitektura za realizaciju kola “L-estimacija”

Nizovi sortiranih elemenata $Rs(n,k)$ i $Is(n,k)$, koji se dobijaju na izlazima SORT kola, koriste se za računanje L-estimacije robustne STFT. Primijetimo da su koeficijenti a_i (definisani relacijom (2.12)) različiti od nule samo u intervalu $i \in [N_\alpha, N - N_\alpha - 1]$, $N_\alpha = (N_s - 2)\alpha$. Vrijednost ovih koeficijenata je konstantna u datom intervalu, odnosno: $a = 1/(N(1 - 2\alpha) + 4\alpha)$. Na osnovu prethodnog, realni i imaginarni dio L-estimacije RSTFT se mogu zapisati kao:

$$RSTFT_{L\{\text{Re}\}}(n,k) = a \sum_{i=N_\alpha}^{N-N_\alpha-1} rs_i(n,k), \quad (4.1)$$

$$RSTFT_{L\{\text{Im}\}}(n,k) = a \sum_{i=N_\alpha}^{N-N_\alpha-1} is_i(n,k). \quad (4.2)$$

Arhitektura za realizaciju realnog dijela L-estimacije RSTFT prikazana je na Slici 4.7. Ista arhitektura može se koristiti i za realizaciju imaginarnog dijela.



Slika 4.7. Realizacija kola za računanje L-estimacije RSTFT

Primijetimo da se za $\alpha=0$ dobija standardna STFT, dok za $\alpha=1/2$ slijedi medijan forma robustne STFT. Dakle, predložena arhitektura može biti korišćena kako za realizaciju robustnih tako i za realizaciju standardnih distribucija.

4.2 ANALIZA PREDLOŽENOG SISTEMA

Analiza složenosti sistema sa rekurzivnom realizacijom izvršena je na osnovu ukupnog broja potrebnih komponenti (Tabela 4.1), kao i kašnjenja od ulaza do izlaza sistema (Tabela 4.2).

Najprije se odbirci signala množe sa baznim funkcijama $e^{-j2\pi mk l N}$. Ova operacija izvodi se u okviru jednog takta, što znači da je potrebno $2N^2$ množača (N^2 za množenje sa realnim dijelom baznih funkcija i N^2 za množenje sa njihovim imaginarnim dijelom). Takođe je potrebna jedna LUT tabela veličine $2N^2$, koja sadrži realne i imaginarne djelove baznih funkcija.

Kašnjenje Bitonic sort algoritma iznosi $(\log_2 N + 1)\log_2 N$. Za upoređivanje N elemenata potrebno je $N/2$ komparatora. S obzirom da se realni i imaginarni dio

posmatraju odvojeno za svako BS kolo (ukupno ih ima $\log_2 N$) potrebno je ukupno N komparatora, odnosno za čitavo SORT kolo $M\log_2 N$. Ukupan broj multipleksera je N ($\log_2 N - 1$), jer oni nijesu potrebni za zadnje BS kolo (BS_N). Da bi se dobila L-estimacija RSTFT, signal $rs(N_\alpha)$ treba da prođe kroz N_α sabirača i jedno kolo za dijeljenje. Ukupan broj sabirača za realni i imaginarni dio iznosi $4N_\alpha - 2$. Za računanje RSM, potrebno je $2(L+1)$ množaća (jedan u svakom taktu) i $2L$ sabirača, pri čemu je najduža putanja $L+1$.

TABELA 4.1. BROJ KOLA POTREBAN ZA SISTEMA SA REKURZIVNOM REALIZACIJOM

	Sabirači	Množaći	Komparatori	MUX	Ostalo
BLOCK 1		$2N^2$			LUT
SORT			$M\log_2 N$	$N(\log_2 N - 1)$	
L-estimacija	$4N_\alpha - 2$				dijeljenje
SM	$2L$	$2(L+1)$			

TABELA 4.2. KAŠNjenje SISTEMA SA REKURZIVNOM REALIZACIJOM

	Sabirači	Množaći	Komparatori	Ostalo
BLOK 1		1		
SORT			$(1 + \log_2 N)\log_2 N$	
L-estimacija	N_α			dijeljenje
SM	$L+1$	1		

Primijetimo da sistem sa paralelnom realizacijom Bitonic sort mreže ima približno isto kašnjenje. Međutim, broj potrebnih komponenti u paralelnoj realizaciji značajno je veći i iznosi $N(\log_2 N + 1)\log_2 N$ komparatora (jer ukupno ima $(1 + \log_2 N)\log_2 N$ BS kola). U slučaju paralelne realizacije multiplekseri se ne koriste. S obzirom da su multiplekseri jednostavniji od komparatora, možemo reći da je ukupan broj potrebnih kola manji u slučaju rekurzivne realizacije.

4.3 FPGA IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA RAČUNANJE RSTFT

Hardverska realizacija sistema sa paralelnom i rekurzivnom realizacijom Bitonic sort mreže izvršena je primjenom FPGA implementacije. Posmatran je ulazni signal dužine $N=64$. U realizaciji je korišćen 16-bitni zapis broja u skladu sa IEEE 754 standardom.

Oba sistema implementirana su korišćenjem FPGA čipa EP3SE50F780C2 iz Stratix III kategorije, pri čemu je simulacija izvršena pomoću Quartus II v9.0 softvera.

Maksimalne karakteristike čipa i iskorišćeni resursi za sistem sa paralelnom realizacijom dati su u Tabeli 4.3. Dio FPGA realizacije, za 64 elementa, prikazan je na Slici 4.8, dok je radi preglednosti, na Slici 4.9, izdvojen jedan njen dio.

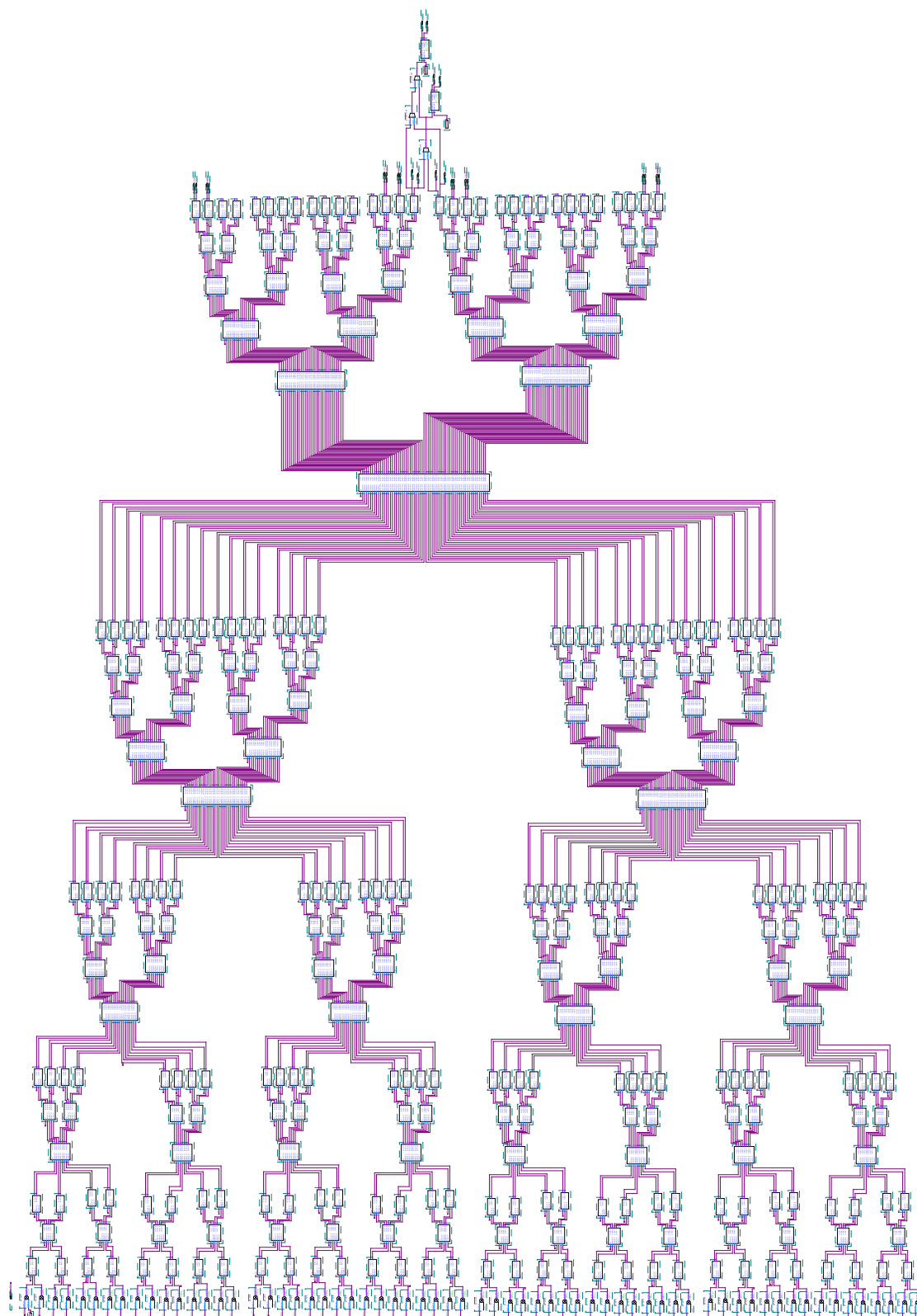
TABELA 4.3 KARAKTERISTIKE FPGA ČIPA ZA SISTEM SA PARALELNOM REALIZACIJOM BITONIC SORT MREŽE

EP3SE50F780C2	Broj pinova	Logički elementi	Brzina rada	Napajanje
Dostupno	488	38000	500 MHz	2.5 V
Iskorišćeno	321	26402	400 MHz	2.5 V

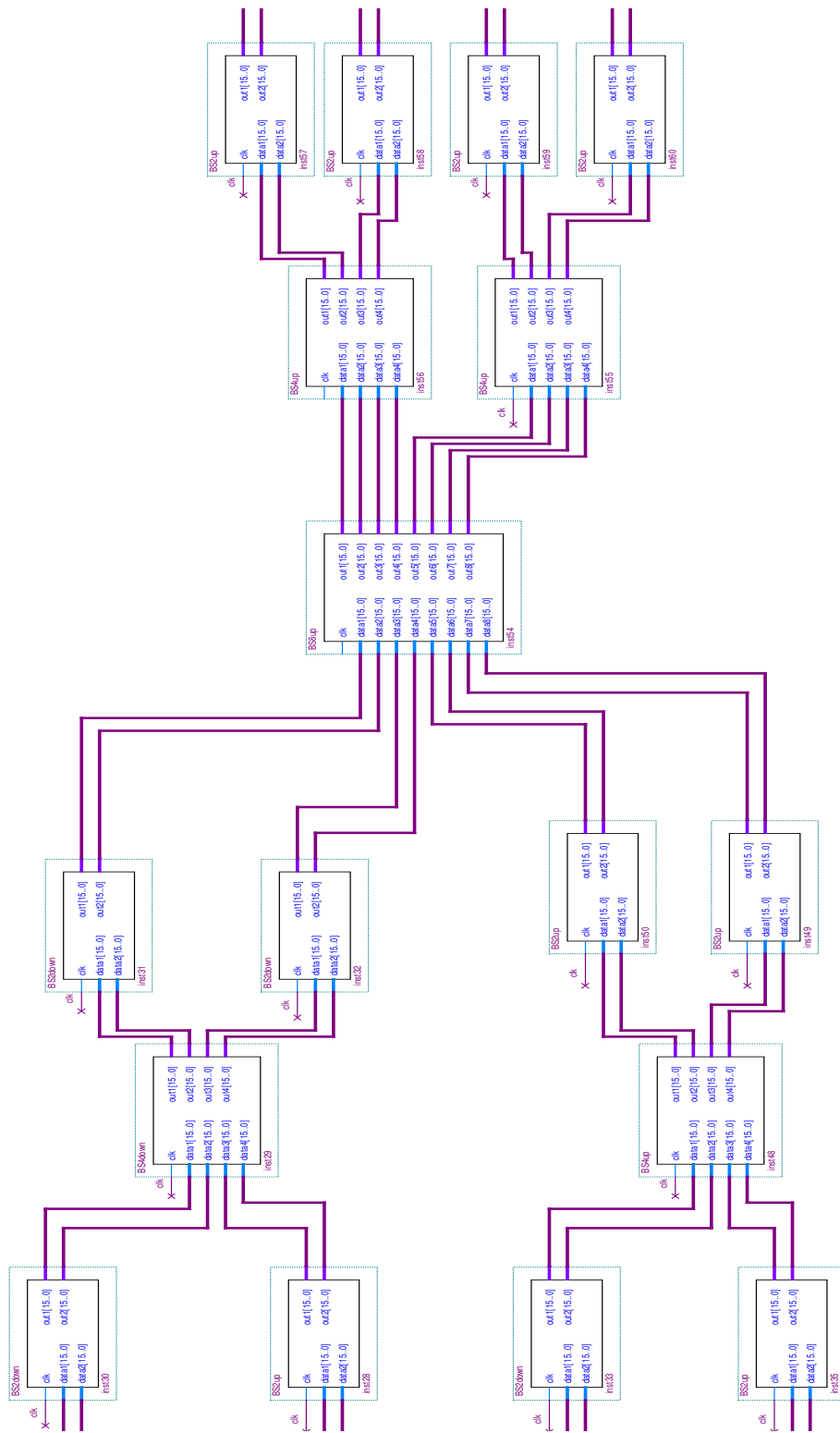
Karakteristike čipa za sistem sa rekurzivnom realizacijom date su u Tabeli 4.4. U slkopu čipa realizovan je i automat stanja za generisanje kontrolnih signala. Dio FPGA realizacije ovog sistema prikazan je na Slici 4.10.

TABELA 4.4 KARAKTERISTIKE FPGA ČIPA ZA SISTEM SA REKURZIVNOM REALIZACIJOM BITONIC SORT MREŽE

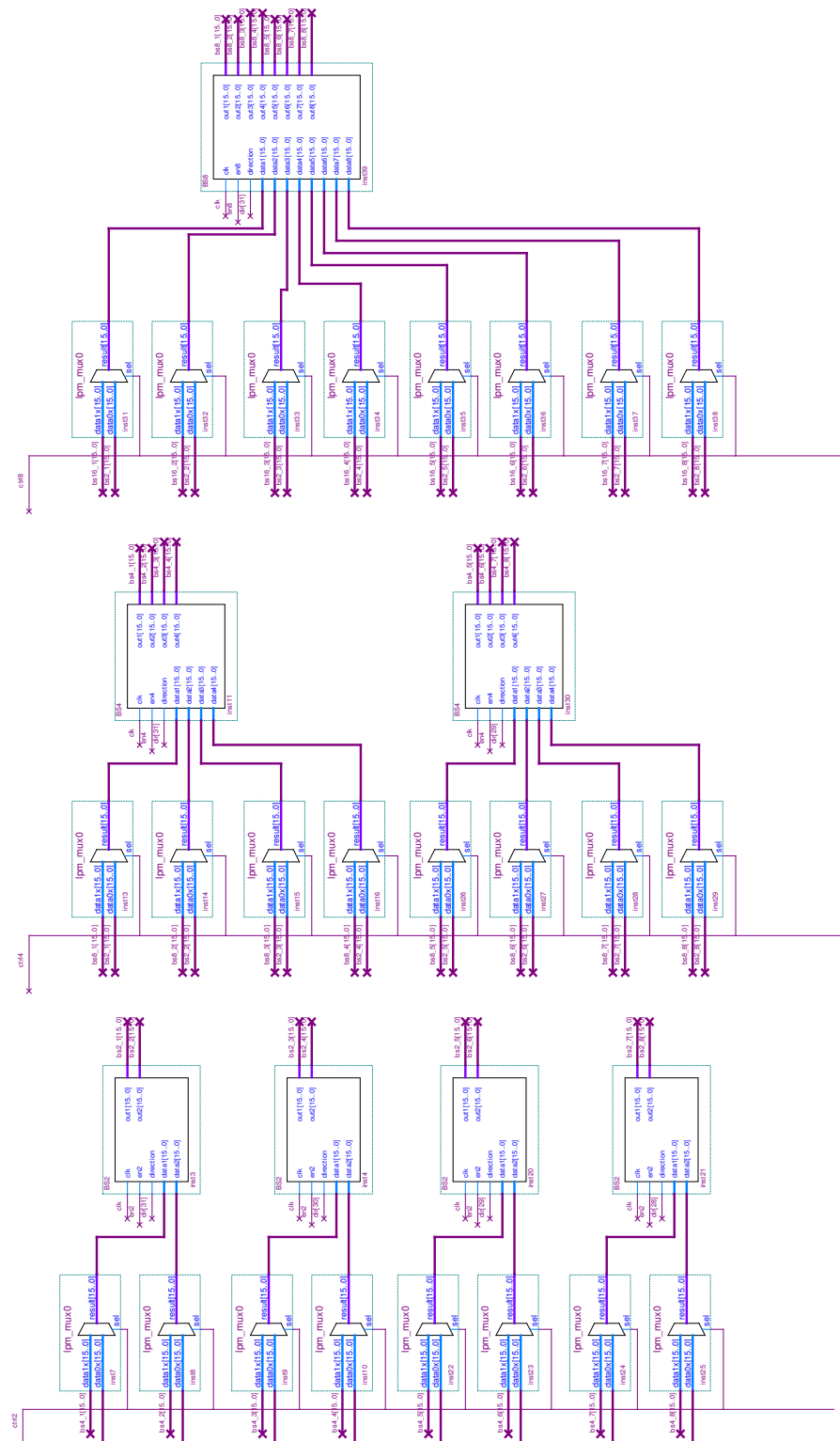
EP3SE50F780C2	Broj pinova	Logički elementi	Brzina rada	Napajanje
Dostupno	488	38000	500 MHz	2.5 V
Iskorišćeno	70	15870	400 MHz	2.38 V



Slika 4.8. FPGA implementacija sistema sa paralelnom realizacijom za 64 elementa



Slika 4.9. FPGA realizacija dijela sistema koji se koristi za sortiranje 8 elemenata



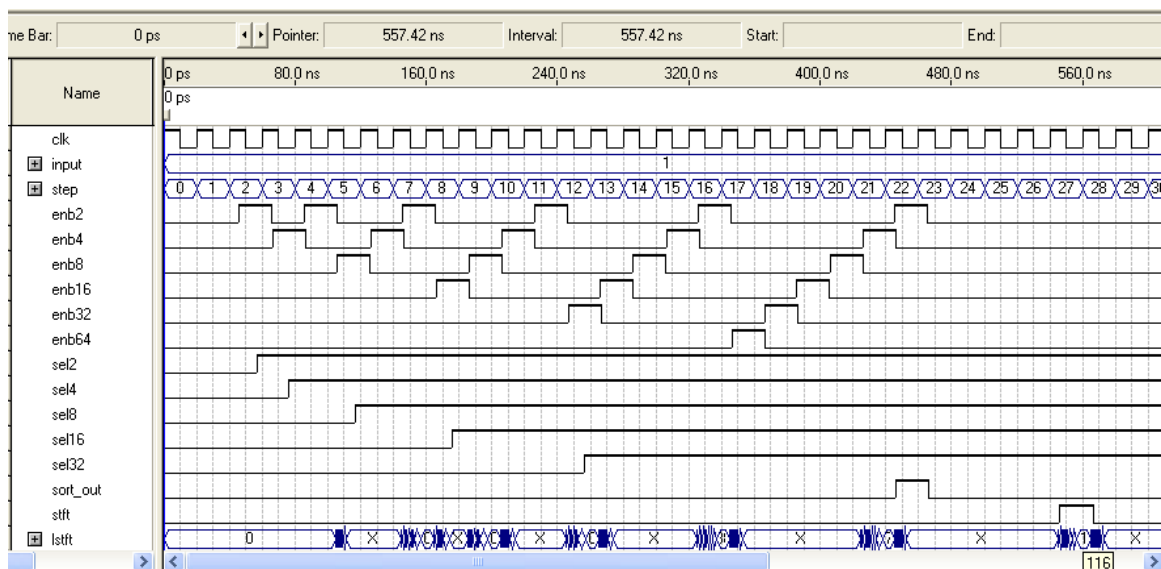
Slika 4.10 Dio FPGA implementacije sistema sa rekurzivnom realizacijom

FPGA implementacija sistema sa rekurzivnom realizacijom testirana je za signal:

$$x(t) = e^{j64 \cos(2.5\pi t)/3},$$

pri čemu je uzet vremenski interval $t \in [-0.5, 0.5]$ i korak odabiranja $T=1/512$.

Primjer simulacije za jedan vremenski trenutak ($t=0.146$ i $N=64$), uključujući i kontrolne signale, prikazan je na Slici 4.11. L-estimacija robustne STFT ima vrijednost 116, što je i označeno kontrolnim signalom *stft*.



Slika 4.11. Ilustracija simulacije za sistem sa rekurzivnom realizacijom

Kašnjenje softverske simulacije (u Matlabu 7.0) iznosi 340 μ s, dok hardverska realizacija ima kašnjenje od 560 ns.

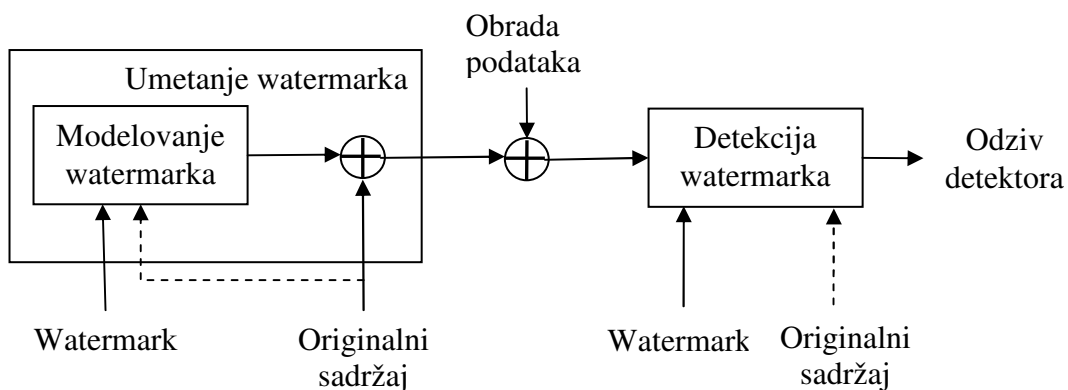
GLAVA 5

PRIMJENE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE ANALIZE U DIGITALNOM WATERMARKINGU

Primjena vremensko/prostorno-frekvencijske analize u digitalnom watermarkingu multimedijalnih signala je razmatrana u ovoj glavi. Vremensko-frekvencijska analiza upotrijebljena je za watermarkiranje govornih signala, dok je za watermarking slike korišćena prostorno-frekvencijska analiza. Kombinacija vremensko-frekvencijske i prostorno-frekvencijske analize primijenjena je za watermarkiranje video signala.

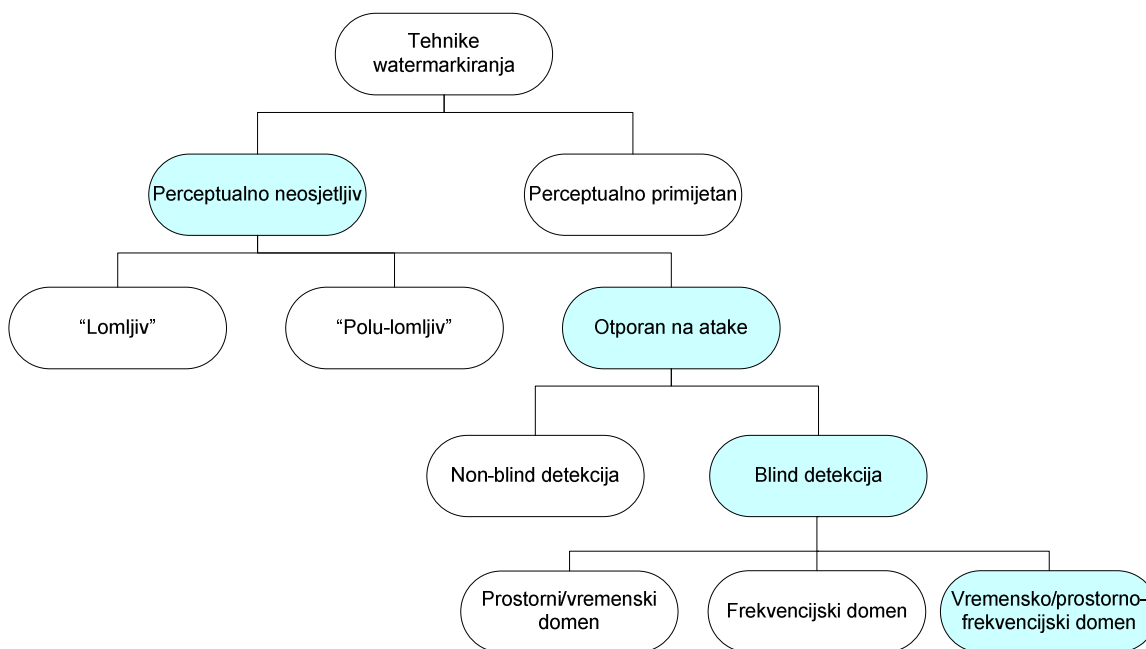
5.1 DIGITALNI WATERMARKING

Ubrzani razvoj računara i pojava Interneta, početkom 90-tih godina prošlog vijeka, izazvali su revoluciju u korišćenju digitalnih podataka. Jednostavnost distribucije i obrade digitalnih multimedijalnih podataka, njihova široka dostupnost, kao i činjenica da je moguće kreirati neograničen broj identičnih kopija stvorila je potrebu za zaštitom prava intelektualne svojine, odnosno zaštitom digitalnih multimedijalnih podataka. Prvi pokušaji zaštite autorskih prava vezani su za kriptografiju. Kriptografija omogućava zaštitu podataka tokom prenosa. Međutim, kada podaci jednom budu dešifrovani njihova dalja reprodukcija može da se odvija nesmetano. Nemogućnost kriptografije da trajno zaštiti podatke stvorila je potrebu za razvojem novih tehnika. Stoga su, u cilju zaštite digitalnih multimedijalnih podataka, razvijene tehnike digitalnog watermarkinga. Osnovni princip digitalnog watermarkinga je umetanje informacija direktno u multimedijalni sadržaj (govor, audio, sliku, video), čime se kreira zaštićeni, odnosno watermarkirani sadržaj. Svaka watermarking procedura sastoji se iz dva dijela: procedure za umetanje watermarka i procedure za detekciju watermarka (Slika 5.1).



Slika 5.1. Opšta šema watermarking procedure

U zavisnosti od aplikacija, razvijene su različite tehnike za umetanje i detekciju watermarka. Sve tehnike mogu se svrstati u neku od kategorija datih na Slici 5.2, [58]-[61].



Slika 5.2. Klasifikacija tehnika digitalnog watermarkinga

Osnovna podjela watermarking tehnika je na: perceptibilne i neperceptibilne tehnike. U praksi se znatno češće koriste neperceptibilne tehnike, s obzirom da perceptibilni watermark može biti uklonjen, [62]-[67]. U zavisnosti od aplikacija,

neperceptibilne tehnike se, dalje, dijele na: lomljive, polulomljive i tehnike otporne na atake. Lomljive tehnike podrazumijevaju da watermark nije moguće detektovati nakon obrade signala i koriste se u aplikacijama za dokazivanje autentičnosti podataka, [68]-[70]. Polulomljive tehnike obezbjeđuju robustnost samo na unaprijed određeni stepen obrade podataka, [71]-[73]. Međutim, u najvećem broju aplikacija koriste se robustne watermarking tehnike, kod kojih detekcija watermarka treba da bude moguća i nakon obrade watermarkiranog signala. Dalja podjela odnosi se na način detekcije watermarka: detekcija uz posjedovanje originala (non-blind detekcija) i detekcija watermarka bez posjedovanja originala, tzv. slijepa (blind) detekcija, [74]-[76]. U nastavku poglavlja će biti razmatrane neperceptibilne, robustne blind watermarking tehnike.

Treba napomenuti da su zahtjevi da watermark bude perceptualno neprimijetan i robustan međusobno suprotstavljani. Da bi se ostvario što bolji kompromis, proučava se watermarking u različitim domenima .

U zavisnosti od domena u kojem se vrše umetanje i detekcija watermarka, watermarking tehnike se dijele na: vremenske/prostorne tehnike, [77]-[82], tehnike u frekvencijskom domenu, [83]-[96] i tehnike u vremensko/prostorno-frekvencijskom domenu, [97]-[110]. U vremenskom domenu se može, s obzirom na prirodu signala, vršiti watermarkiranje muzičkih i govornih signala, dok se prostorni domen koristi za watermarkiranje slike. Međutim, watermarkiranjem u vremenskom/prostornom domenu ne može se obezbijediti visok nivo robustnosti, s obzirom da jačina umetnutog watermarka mora biti mala, da bi se izbjegla perceptualna oštećenja signala. Znatno češće se watermarkiranje vrši u nekom od transformacionih domena, primjenom: diskretne kosinusne transformacije (DCT - Discrete Cosine Transform), diskretne Fourier-ove transformacije (DFT - Discrete Fourier Transform) ili diskretne wavelet transformacije (DWT - Discrete Wavelet Transform). Tehnike u transformacionim domenima obezbjeđuju veću robustnost u odnosu na tehnike u vremenskom/prostornom domenu. Da bi se dodatno unaprijedila robustnost watermarka, uz istovremeno obezbjeđivanje njegove neperceptibilnosti, razvijene su tehnike watermarkiranja u vremensko/prostorno-frekvencijskom domenu. Za watermarkiranje govornih signala mogu se koristiti vremensko-frekvencijske distribucije, dok se prostorno-frekvencijska analiza može

iskoristiti za watermarkiranje slike u prostorno-frekvencijskom domenu. Kombinovana vremensko-frekvencijska i prostorno-frekvencijska analiza može biti korišćena za watermarkiranje video signala.

5.1.1 Optimalna detekcija watermarka

Detekcija watermarka predstavlja važan dio watermarking procedure. U cilju postizanja što bolje detekcije koriste se forme detektora bazirane na raspodjeli watermarkiranih koeficijenata, odnosno funkciji gustine vjerovatnoće (probability density function - pdf). Optimalni detektor je detektor koji bi bio baziran na tačnoj raspodjeli watermarkiranih koeficijenata. Za određivanje lokalno optimalnog detektora može se koristiti relacija:

$$D = g_{LO}(I_x) \cdot w, \quad (5.1)$$

gdje se g_{LO} definiše kao [111]:

$$g_{LO}(x) = -\frac{p'(x)}{p(x)}. \quad (5.2)$$

Sa $p(x)$ i $p'(x)$ su označene funkcija gustine vjerovatnoće i njen prvi izvod, respektivno. Kao što se može uočiti, ovako definisan detektor sastoji se iz nelinearnog dijela g_{LO} , koji je korelisan sa signalom watermarka. Histogram watermarkiranih koeficijenata često se opisuje nekom od standardnih funkcija raspodjela, kao što su: Gauss-ova, Laplace-ova, generalizovana Gauss-ova, Cauchy-eva, itd. Međutim, nekada se pomoću navedenih funkcija ne može u potpunosti opisati raspodjela koeficijenata.

Posmatrajmo proceduru watermarkiranja u DCT domenu, koja omogućava robustnost na proizvoljni stepen JPEG kompresije, [91]. Naime, da bi se omogućila efikasna detekcija watermarka i nakon JPEG kompresije, prilikom watermarkiranja treba koristiti koeficijente koji nakon kvantizacije neće imati vrijednost nula, odnosno treba da važi: $|K(i, j)Q(i, j) + w| \geq Q(i, j)/2$, gdje je $K(i, j)Q(i, j)$ kvantizovani originalni koeficijent ($Q(i, j)$ je korak kvantizacije koji zavisi od faktora JPEG kompresije, a $K(i, j) = \text{round}(DCT(i, j)/Q(i, j))$), dok je w watermark. Uzimajući da su watermark i

koeficijent suprotnog znaka, i da watermark ne može biti veći od koeficijenta, dobija se uslov:

$$|K(i, j)Q(i, j)| - |w| \geq \frac{Q(i, j)}{2}, \quad (5.3)$$

koji treba da bude zadovoljen da bi watermark bio detektibilan nakon kvantizacije.

Takođe, kvantizovani watermarkirani koeficijent treba da bude različit od kvantizovanog originalnog koeficijenta:

$$K(i, j)Q(i, j) + w < K(i, j)Q(i, j) - \frac{Q(i, j)}{2} \quad (5.4)$$

ili $K(i, j)Q(i, j) + w \geq K(i, j)Q(i, j) + \frac{Q(i, j)}{2},$

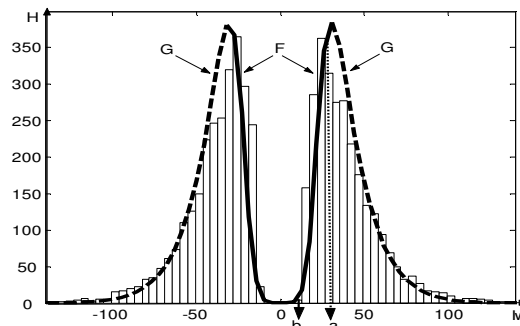
odnosno, watermark treba da bude veći od polovine kvantizacionog koraka:

$$|w| > \frac{Q(i, j)}{2}. \quad (5.5)$$

Dakle, watermark treba da zadovoljava:

$$w \in \left(-\left(|K(i, j)| - \frac{1}{2} \right) Q(i, j), -\frac{Q(i, j)}{2} \right) \cup \left(\frac{Q(i, j)}{2}, \left(|K(i, j)| - \frac{1}{2} \right) Q(i, j) \right). \quad (5.6)$$

Prethodna relacija ima nenulto rješenje, ako je $|K(i, j)| \geq 2$. Histogram watermarkiranih koeficijenata koji zadovoljavaju navedi uslov prikazan je na Slici 5.3.



Slika 5.3. Histogram watermarkiranih koeficijenata i modelovana funkcija $p(I_w)$

Primijetimo da se histogram watermarkiranih koeficijenata ne može u potpunosti opisati ranije pomenutim funkcijama. Raspodjela watermarkiranih koeficijenata (I_w) može se aproksimirati kao:

$$p(I_w) \approx F\left(\frac{I_w}{a}\right) \cdot G\left(\frac{I_w}{a}\right). \quad (5.7)$$

Funkcija G (Slika 5.3) se može modelovati korišćenjem generalizovane Gauss-ove funkcije (GGF) ili Cauchy-eve funkcije, koje se u uprošćenom obliku mogu zapisati kao:

$$G(I_w) = \begin{cases} A \cdot \exp\left(-\left|\frac{I_w}{\beta}\right|^{2c}\right) & \text{za GGF funkciju} \\ \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + (I_w - \delta)^2)} & \text{za Cauchy-evu funkciju.} \end{cases} \quad (5.8)$$

U prethodnoj relaciji I_w predstavlja watermarkirane koeficijente, $2c$ je parametar oblika za GGF, $\beta = \sigma(\Gamma(1/2c)/\Gamma(3/2c))$, dok je $A = \beta \cdot c / \Gamma(1/2c)$. U slučaju Cauchy-eve funkcije, γ i δ su parametar disperzije i parametar lokacije, respektivno.

Za modelovanje funkcije F (puna linija na Slici 5.3) možemo koristiti:

$$F\left(\frac{I_w}{a}\right) = \left(\frac{I_w}{a}\right)^{2n} / \left(1 + \left(\frac{I_w}{a}\right)^{2n}\right), \quad (5.9)$$

gdje a predstavlja poziciju maksimuma pdf-a, dok n kontroliše brzinu opadanja od maksimuma do nule. Za određivanje parametra n može se koristiti jednostavna procedura. Ako histogram koeficijenata označimo sa H , tada je njegova maksimalna vrijednost $H(a)$.

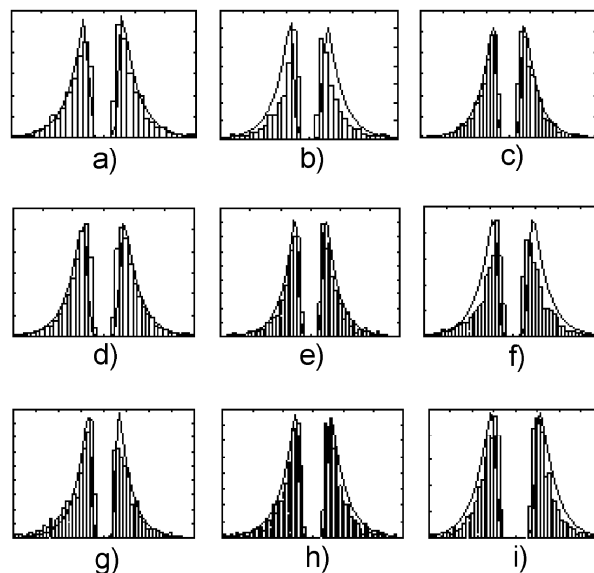
Uzimajući da je b pozicija prve nenulte vrijednosti histograma ($H(b)$), na osnovu relacije

(5.9), imamo: $\frac{H(b)}{H(a)} = \frac{F(b/a)}{1/2}$, odakle se može odrediti parametar n :

$$n = \text{round} \left(\frac{1}{2} \log_{b/a} \frac{\frac{1}{2} \frac{H(b)}{H(a)}}{1 - \frac{1}{2} \frac{H(b)}{H(a)}} \right). \quad (5.10)$$

Procedura modelovanja pdf-a testirana je za različite slike, uz uslov da se za watermarkiranje koriste koeficijenti $|K(i,j)| \geq 2$ (primijenjena je kvantizacija za faktor

kompresije 50). Na Slici 5.4 prikazani su histogram i modelovani pdf za nekoliko slika. Primijetimo da parametar n ima vrijednost 3 ili 4 u svim slučajevima.



Slika 5.4. Histogram i modelovani pdf $p(I_w)$ watermarkiranih koeficijenata za slike: a) Lena $n=3$, b) Barbara $n=4$, c) Boat $n=4$, d) Bridge $n=3$, e) Elaine $n=3$, f) F16 $n=3$, g) Pepper $n=4$, h) Cameraman $n=3$, i) Lily $n=3$

Na osnovu relacija za određivanje optimalne forme detektora i procijenjenog pdf-a optimalna forma detektora se može definisati kao, [91]:

$$D_{opt}^{GGF} = \sum_{i=1}^L w_i \left(\frac{c}{(\beta a)^{2c}} I_{w_i}^{2c-1} \operatorname{sgn} \left(\frac{I_{w_i}}{\beta a} \right)^{2c} - \frac{n}{I_{w_i} \left(1 + \left(\frac{I_{w_i}}{a} \right)^{2n} \right)} \right), \quad (5.11)$$

$$D_{opt}^C = \sum_{i=1}^L w_i \left(\frac{I_{w_i}}{a^2 \gamma^2 + I_{w_i}^2} - \frac{n}{I_{w_i} \left(1 + \left(\frac{I_{w_i}}{a} \right)^{2n} \right)} \right),$$

za $G(I_w)$ modelovano sa generalizovanom Gauss-ovom funkcijom (D_{opt}^{GGF}) i Cauchy-evom funkcijom (D_{opt}^C), respektivno.

Da bi pokazali efikasnost ovih detektora u odnosu na detektore bazirane na standardnoj raspodjeli, posmatrajmo sljedeći primjer. Za faktor JPEG kompresije 80,

watermarkirano je 1000 koeficijenata koji zadovoljavaju uslov $|K(i,j)| \geq 2$. Watermark ima vrijednosti u opsegu $(-3/2, -1/2) \cup (1/2, 3/2)$. Kao detektori bazirani na standardnoj

raspodjeli korišćeni su: standardni korelacioni detektor $D_1 = \sum_{i=1}^L I_{w_i} w_i$, detektor baziran

na generalizovanoj Gauss-ovoj funkciji $D_2 = \sum_{i=1}^L \text{sign}(I_{w_i}) |I_{w_i}|^{-1/2} w_i$ (predložen u [94]),

i Cauchy-ev detektor $D_3 = \sum_{i=1}^L \frac{2(I_{w_i} - \delta)}{(I_{w_i} - \delta)^2 + \gamma^2} w_i$ (predložen u [96]).

TABELA 5.1 POREĐENJE OPTIMALNIH I STANDARDNIH DETEKTORA

Slika	R za D_{opt}^{GF}			R za D_{opt}^C	R za D_1	R za D_2	R za D_3
	$c=0.25$	$c=0.5$	$c=1$				
Lena	11.85	12.1	12.1	12.2	2.6	4	3.5
Pepper	11.1	11.3	11.4	11.3	2.9	3.6	3.25
Lake	11.4	11.6	12	11.5	4.4	4.2	3.7
Barbara	10.4	10.5	10.3	10.5	2.8	3.7	3.2
Elaine	14.2	14.5	14.9	14.5	4.3	4.5	4
Boat	12.2	12.5	12.9	12.5	3.7	4.6	4.2
F16	10	10.2	9.4	10.2	2.6	3.9	3.6
Baboon	11.2	11.4	12.3	11.3	4.8	4.9	3.9

Kao mjera kvaliteta detekcije korišćena je mjera [116]:

$$R = \frac{\bar{D}_{w_r} - \bar{D}_{w_w}}{\sqrt{\sigma_{w_r}^2 + \sigma_{w_w}^2}}, \quad (5.12)$$

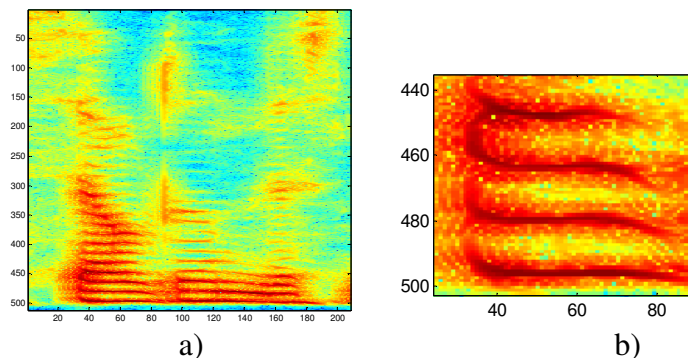
gdje \bar{D} i σ^2 predstavljaju srednju vrijednost i standardnu devijaciju odziva detektora, respektivno, dok oznake w_r i w_w ukazuju na prave i pogrešne ključeve. Mjera R odgovara indeksu detektibilnosti koji se u teoriji detekcije signala koristi da izrazi performanse dekodiranja [116], [117]. Sa povećanjem vrijednosti mjere R smanjuje se vjerovatnoća greške pouzdane detekcije watermarka.

Primijetimo da za sve posmatrane slike optimalni detektori značajno prevazilaze detektore bazirane na kontinualnom pdf-u.

5.2 PRIMJENA VREMENSKO-FREKVENCIJSKE ANALIZE U DIGITALNOM WATERMARKINGU GOVORNIH SIGNALA

Razdvajanje dijelova signala koji sadrže govor – glasovni dio signala, od dijelova signala koji sadrže pauze – neglasovni dio moguće je izvršiti analizom govornih signala u vremenskom domenu. S druge strane, analiza signala u frekvencijskom domenu omogućava izdvajanje najznačajnijih frekvencijskih komponenti signala. Da bi se obezbijedila robustnost, watermark se često umeće u glasovne dijelove signala u vremenskom domenu, odnosno značajne komponente u frekvencijskom domenu. Međutim, ovakav način umetanja može izazvati perceptualna oštećenja signala. Naime, watermark umetnut u vremenskom domenu može biti rasut duž čitavog frekvencijskog opsega, dok watermark dodat komponentama u frekvencijskom domenu može zahvatiti i glasovne i neglasovne dijelove signala. Korišćenjem vremensko-frekvencijske analize moguće je precizno izdvojiti glasovne dijelove signala i u okviru njih najznačajnije frekvencijske komponente, odnosno formante.

Vremensko-frekvencijska reprezentacija govornog signala dobijena primjenom S-metoda prikazana je na Slici 5.5.



Slika 5.5. a) S-metod govornog signala, b) ilustracija regiona D

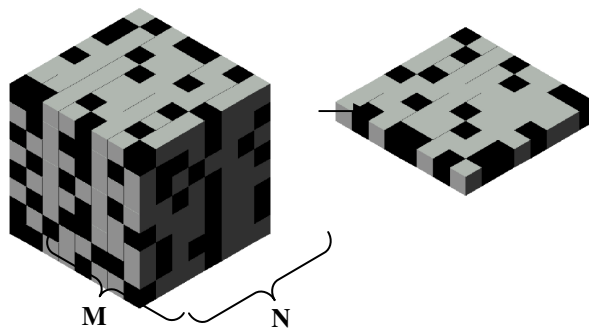
Na osnovu S-metoda može se izdvojiti glasovni dio signala koji sadrži najznačajnije formante: $D = \{(t, \omega) : t \in (t_1, t_2), \omega \in (\omega_1, \omega_2)\}$ (Slika 5.5.b), gdje vremenski interval (t_1, t_2) odgovara glasovnom dijelu signala, dok je frekvencijski region (ω_1, ω_2) odabran tako da sadrži najznačajnije formante, odnosno formante na niskim

frekvencijama, [101], [102]. Na osnovu regiona D vrši se selektovanje komponenti za umetanje watermarka. Naime, prilikom umetanja watermarka treba koristiti samo najznačajnije formante. Izdvajanje ovih komponentni se može postići uvođenjem praga $T = \lambda \cdot 10^{\lambda \cdot \log_{10}(\max(SM(t, \omega)))}$, gdje je $\max(SM(t, \omega))$ maksimalna vrijednost S-metoda u regionu D , dok parametar λ ima vrijednosti između 0 i 1. Primjenom praga T vrši se izdvajanje najznačajnijih djelova unutar regiona D , čime se dobija:

$$D_T(t, \omega) = \begin{cases} 1, & \text{za } (t, \omega) \in D \wedge |SM(t, \omega)| > T \\ 0, & \text{za } (t, \omega) \notin D \vee |SM(t, \omega)| \leq T. \end{cases} \quad (5.13)$$

Procedura watermarkiranja govornih signala umetanjem binarne slike (logo-a) razmatrana je u nastavku. Najprije se, na osnovu regiona D_T , izdvajaju vremenski intervali koji sadrže značajne komponente, a zatim se računa njihova DFT. Od dobijenih DFT koeficijenata izdvajaju se oni koji odgovaraju frekvencijskim komponentama signala, prisutnim u regionu D_T . Od izdvojenih koeficijenata formira se matrica DFT_{DT} dimenzija $M \times N$, uz uslov $MN \leq n$, gdje je n ukupan broj izdvojenih koeficijenata. Matrica DFT_{DT} koristi se za umetanje logo-a. Dodavanje logo-a svim koeficijentima matrice moglo bi da prouzrokuje perceptualna oštećenja signala. Stoga je za umetanje logo-a iskorišćen princip bit ravni. Naime, vrijednosti koeficijenata DFT_{DT} matrice predstavljene su u binarnom obliku korišćenjem jednakog broja bita b . Jednu bit ravan DFT_{DT} matrice sačinjavaju svi biti iste težine (Slika 5.6).

Da bi se očuvao kvalitet govornog signala treba koristiti samo nekoliko bit ravni srednjeg nivoa. Naime, umetanjem u najniže bit ravni ne bi se obezbijedila robustnost, dok bi umetanje u najviše bit ravni moglo da izazove perceptualna oštećenja signala.



Slika 5.6. Ilustracija bit ravni

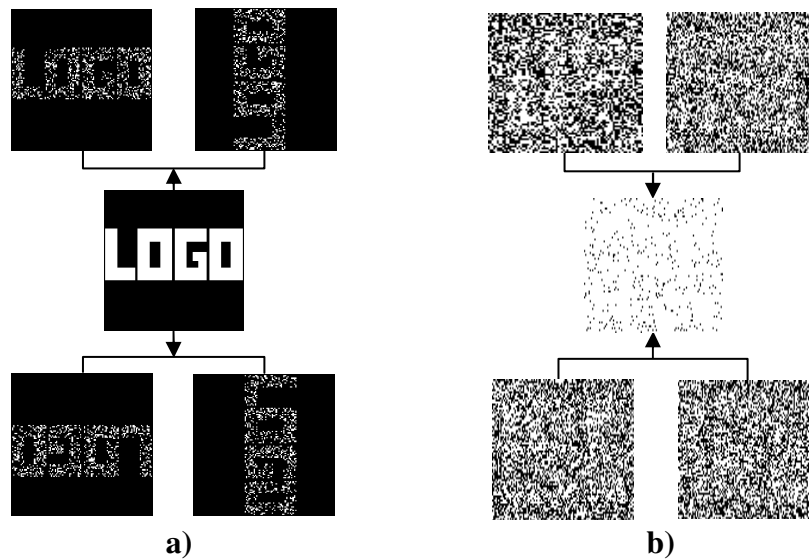
Logo je kreiran kao binarna slika $L(i,j)$, ($i=1,\dots,P$, $j=1,\dots,Q$, gdje je $P \leq M$ i $Q \leq N$). Radi pojednostavljenja zapisa uzećemo da je $P=M$ i $Q=N$. Ako je q broj izdvojenih bit ravni DFT_{DT} matrice, logo je potrebno podijeliti na q podslika dimenzija $M \times N$, od kojih svaka sadrži približno $1/q$ različitih piksela logo-a. Tako formirane podslike umeću se u bit-ravni DFT_{DT} matrice. Razdvajanje logo-a na podslike izvršeno je korišćenjem slučajne dvodimenzionalne matrice Z sa vrijednostima u opsegu (ψ_d, ψ_g) . Podslike logo-a se dobijaju kao:

$$F_k(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{za } \psi_{k-1} < Z(i, j) < \psi_k \wedge L(i, j) = 1 \\ 0 & \text{ostalo} \end{cases} \quad (5.14)$$

gdje je F_k k -ta podslika logo-a, dok se prag ψ_k dobija kao: $\psi_k = \psi_d + (k-1) \frac{\psi_g - \psi_d}{q}$, pri čemu je $k=1, 2, \dots, q$, $i=1, 2, \dots, M$, $j=1, 2, \dots, N$. Ukoliko se selektovane bit-ravni DFT_{DT} matrice označe sa B_k (za $k=1, \dots, q$), tada se procedura umetanja podslika u bit-ravni može opisati sljedećom relacijom:

$$B_k(i, j) = \begin{cases} F_k(i, j) & \text{za } F_k(i, j) = 1 \\ B_k(i, j) & \text{ostalo.} \end{cases} \quad (5.15)$$

Primjer logo-a podijeljenog u četiri podslike prikazan je na Slici 5.7.a. Podslike su redom rotirane za uglove 0° , 90° , 180° i 270° . Na Slici 5.7.b prikazane su watermarkirane bit ravni, kao i njihova suma (Slika 5.7.b u sredini).



Slika 5.7. a) Logo i rotirane podslike, b) watermarkirane bit ravni i njihova suma

Prilikom izdvajanja logo-a iz watermarkiranog audio signala ponavljaju se koraci sprovedeni pri umetanju. Dakle, najprije se odrede vremensko-frekvencijski regioni koji sadrže watermark, te se na osnovu njih kreira DFT_{DT} matrica. DFT matricu je potrebno predstaviti sa istim brojem bita kao i prilikom umetanja. Nakon toga se izdvoje bit ravni koje sadrže logo. Podslike logo-a je moguće izdvojiti, iz odgovarajućih bit ravni, na osnovu relacije:

$$F_k(i, j) = \begin{cases} B_k(i, j) & \text{za } \psi_{k-1} < Z(i, j) < \psi_k \wedge L(i, j) = 1 \\ 0 & \text{ostalo,} \end{cases} \quad (5.16)$$

$k=1, \dots, q.$

Izdvojene podslike neophodno je rotirati u suprotnom smjeru u odnosu na proceduru umetanja. Sabiranjem ovako dobijenih podslika dobija se logo. Ukoliko matrica Z nije poznata (ili ukoliko bi se koristila neka druga matrica) prilikom detekcije neće biti moguće izdvojiti logo, već će se dobiti rezultat kao na Slici 5.7.b. Dakle, matrica Z predstavlja ključ, te samo vlasnik ključa ima mogućnost da odredi watermarkirane pozicije u okviru bit-ravni.

Da bi pokazali efikasnost izložene procedure posmatran je govorni signal maksimalne frekvencije 4 KHz. Za selekciju vremensko-frekvencijskih regiona korišćen je S-metod sa $L=5$, dok je za računanje STFT korišćen pravougaoni prozor širine 1024. Izdvojeni DTF koeficijenti predstavljeni su sa 16 bita, dok su za umetanje logo-a odabrane 4 bit ravni srednjeg nivoa. Da bi se obezbijedio veći nivo pouzdanosti i bolje performanse razmatrane procedure, umetanje logo-a je izvršeno u nekoliko odabranih regiona. Rezultati izdvajanja watermarka nakon različitih ataka prikazani su u Tabeli 5.2.

Kao mjera efikasnosti detekcije korišćena je mjera učestanosti pojavljivanja bita koji nijesu isti kao biti logo-a (bit error rate- BER):

$$BER(W, W') = \frac{\sum P}{N},$$

gdje je sa W označen originalni logo, a sa W' izdvojeni logo. Broj bita watermarka (logo-a) je N , dok P predstavlja broj pogrešno izdvojenih bita logo-a:

$$P = \begin{cases} 1 & \text{ako je } W_i \neq W'_i \\ 0 & \text{ako je } W_i = W'_i \end{cases}.$$

Pored ove mjere korišćeni su: normalizovani korelacioni koeficijent (NC) i mjera sličnosti (SIM) koji su dati relacijama:

$$NC(W, W') = \frac{\sum WW'}{\sum W_i^2}, \quad SIM = \frac{\sum WW'}{\sqrt{\sum W_i^2} \sqrt{\sum W_i'^2}}$$

TABELA 5.2 REZULTATI IZDVAJANJA LOGO-A NAKON RAZLIČITIH ATAKA

	Bez ataka	Aditivni šum (Gauss-ov)	Niskopropusni filtar	Medijan filtar	MP3 128 kbps
Izdvojeni Logo					
SIM	1	0.996	1	0.98	1
NC	1	0.992	1	0.975	1
BER	0	0.008	0	0.025	0
	MP3 64 kbps	Mp3 70-120 kbps	Mp3 40-50 kbps	Eho (100 ms)	Kašnjenje 100 ms
Izdvojeni Logo					
SIM	1	1	1	1	0.96
NC	1	1	1	1	0.93
BER	0	0	0	0	0.07
	Pitch skaliranje (5%)	Pojačavanje +1.5dB	Pojačavanje +0.5dB	Pojačavanje - 0.5dB	Pojačavanje - 1.5dB
Izdvojeni Logo					
SIM	0.95	0.95	0.965	0.97	0.95
NC	0.91	0.9	0.93	0.942	0.91
BER	0.09	0.1	0.07	0.058	0.09
	MP3 64 kbps + Niskopropusni filtar	MP3 64 kbps + šum	MP3 64 kbps + rekvantizacija	Preodabiranje 22.050 kHz	Odabiranje 32 kHz, 8b
Izdvojeni Logo					
SIM	0.999	0.995	0.995	1	0.986
NC	0.998	0.99	0.99	1	0.974
BER	0.002	0.01	0.01	0	0.026

Na osnovu rezultata iz Tabele 5.2 može se zaključiti da za većinu posmatranih ataka razmatrana procedura obezbjeđuje visok nivo robustnosti.

5.3 DIGITALNI WATERMARKING SLIKE PRIMJENOM PROSTORNO-FREKVENCIJSKE ANALIZE

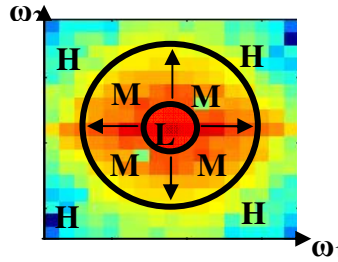
Watermarkiranjem slike u prostornom domenu može se obezbijediti dobra nevidljivost watermarka, ali ne i dobra robustnost. Da bi se obezbijedila bolja robustnost razvijene su tehnike watermarkinga u frekvencijskom domenu, prvenstveno DCT i wavelet domenu. Kombinovanjem dobrih osobina prostornog i frekvencijskog domena omogućena je znatno veća robustnost watermarka, uz istovremeno obezbjeđivanje nevidljivosti watermarka. U nastavku je razmatrana watermarking procedura bazirana na prostorno-frekvencijskoj analizi, [106].

Prostorno-frekvencijska analiza je korišćena za selekciju regiona pogodnih za umetanje watermarka. Zatim je, na osnovu odabranih regiona, izvršeno modelovanje watermarka. Procedura umetanja i detekcije watermarka je, takođe, izvršena u prostorno-frekvencijskom domenu.

5.3.1 Odabir regiona za umetanje watermarka

Prilikom odabira regiona za umetanje watermarka treba imati na umu da on istovremeno treba da bude nevidljiv i robustan na atake. Umetanje watermarka u nestacionarne regione slike, odnosno regione koji sadrže detalje i značajne promjene osvjetljaja, obezbjeđuje njegovu nevidljivost. Time se, takođe, obezbjeđuje bolja robustnost watermarka, s obzirom da u ovim regionima može biti umetnut watermark veće jačine.

Komponente stacionarnih regiona (regiona sa malim promjenama osvjetljaja) uglavnom se nalaze na niskim frekvencijama u prostorno-frekvencijskom domenu. S druge strane, komponente nestacionarnih regiona prisutne su u čitavom frekvencijskom opsegu. Prilikom određivanja stacionarnosti regiona, posmatrane su komponente na srednjim frekvencijama. Ilustracija regiona niskih, srednjih i visokih frekvencija, u prostorno-frekvencijskom domenu, data je na Slici 5.8.



Slika 5.8. Ilustracija regiona u prostorno-frekvencijskom domenu

Za određivanje regiona pogodnih za umetanje watermarka (nestacionarnih regiona) korišćen je dvodimenzioni S-metod, definisan kao [114]:

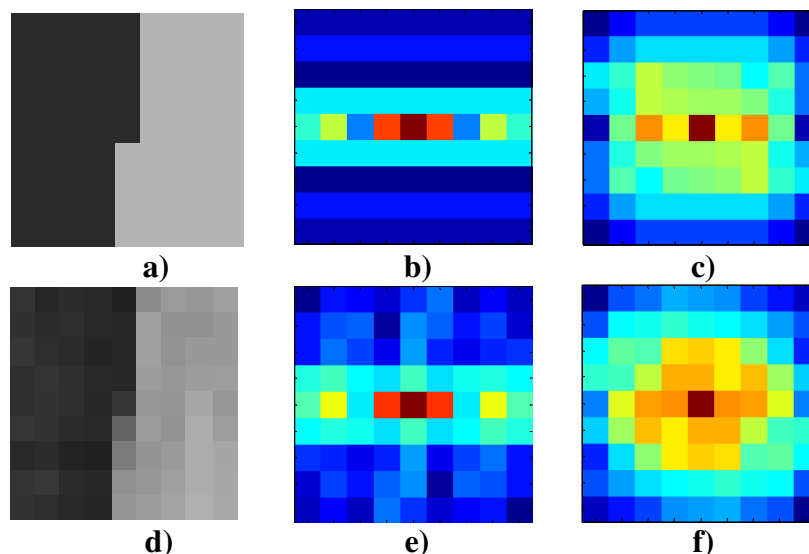
$$SM(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) = \sum_{i_1=-L}^L \sum_{i_2=-L}^L P(i_1, i_2) STFT(n_1, n_2, \omega_1 + i_1, \omega_2 + i_2) STFT^*(n_1, n_2, \omega_1 - i_1, \omega_2 - i_2), \quad (5.17)$$

gdje je $STFT(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)$ dvodimenziona STFT definisana sa:

$$STFT(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) = \sum_{k_1=-N/2}^{N/2-1} \sum_{k_2=-N/2}^{N/2-1} I(n_1 + k_1, n_2 + k_2) w^*(k_1, k_2) e^{-j2\pi/N(\omega_1 k_1 + \omega_2 k_2)}. \quad (5.18)$$

Kao specijalan slučaj S-metoda za $L = 0$ dobija se dvodimenzioni spektrogram. Za velike vrijednosti parametra L se, usljed konvolucije, pojavljuju kros-članovi u S-metodu. Iako su kros-članovi u prostorno-frekvencijskoj analizi generalno nepoželjni, oni mogu imati pozitivan efekat u odlučivanju o stacionarnosti regiona. Naime, pojavom kros-članova biće povećan broj komponenti na srednjim i visokim frekvencijama, srazmjerno broju auto komponenti. Naravno, ukoliko je broj komponenti u spektrogramu mali, odnosno ako je region stacionaran, i broj komponenti sa kros-članovima u S-metodu ostaće mali.

Da bi ilustrovali prednosti upotrebe S-metoda posmatran je jedan stacionarni i jedan nestacionarni region slike (Slika 5.9.a i Slika 5.9.d, respektivno). Za oba regiona spektrogram je veoma sličan (Slika 5.9.b i Slika 5.9.e), dok se kod S-metoda jasno mogu uočiti razlike, izražene u broju komponenti u regionu srednjih frekvencija (Slika 5.9.c i Slika 5.9.f).



Slika 5.9. S-metod i spektrogram kao klasifikatori stacionarnosti regiona: a) region 1 - stacionarni region, b) spektrogram regiona 1, c) S-metod regiona 1, d) region 2 - nestacionarni region, e) spektrogram regiona 2, f) S-metod regiona 2,

Dakle, broj komponenti u regionu srednjih frekvencija u S-metodu se može koristiti kao klasifikator regiona za umetanje watermarka. Kriterijum za izbor regiona definisan je relacijom:

$$No\left\{\left|SM_{D_m^n}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)\right| > S\right\} > No_{Ref}, \quad (5.19)$$




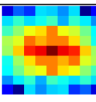
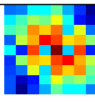
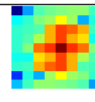



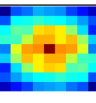
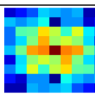
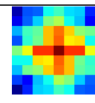



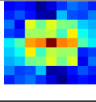
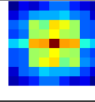
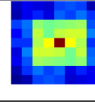
gdje je $No()$ funkcija koja daje broj elemenata koji zadovoljavaju uslov naveden u zagradama. Sa $SM_{D_m^n}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)$ označene su komponente S-metoda u regionu srednjih frekvencija $D_m^n = \{(\omega_1, \omega_2) : \rho_1 < \omega_1, \omega_2 < \rho_2\}$, gdje su ρ_1 i ρ_2 gornja i donja granica regiona srednjih frekvencija. Sa S je označen energetska prag definisan kao dio maksimalne vrijednosti S-metoda:

$$S = \lambda \cdot 10^{\lambda \log_{10}(\max(SM_{D_m^n}(\vec{r}, \vec{\omega})))}, \quad (5.20)$$

pri čemu parametar λ može imati vrijednosti između 0 i 1. Referentni broj tačaka koji se koristi za donošenje odluke o stacionarnosti regiona označen je sa No_{Ref} . Vrijednost praga se može odrediti kao $No_{Ref} = n\lambda$, gdje je n broj tačaka u regionu srednjih frekvencija.


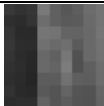
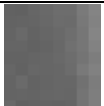
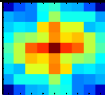
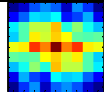
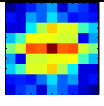
Rezultati klasifikacije regiona za prozor veličine 9x9 i vrijednost parametra $\lambda=0.7$ dati su u Tabeli 5.3. Ukupan broj tačaka u regionu srednjih frekvencija je 20, što znači da je referentni broj tačaka $No_{Ref}=14$. Dakle, ukoliko je broj komponenti u S-metodu, koje su iznad energetskog praga S , veći od referentnog broja tačaka No_{Ref} , možemo uzeti da je region pogodan za umetanje watermarka.

TABELA 5.3. IZBOR REGIONA POGODNIH ZA WATERMARKING

$No_{Ref}=14$, ukupan broj tačaka je 20	Nestacionarni regioni		
Region slike			
Region S-metoda			
$No \left\{ SM_{m}^{n}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) \right\} > S$	20	20	18
Region pogodan za watermarking	DA	DA	DA
$No_{Ref}=14$, ukupan broj tačaka je 20	Nestacionarni regioni		
Region slike			
Region S-metoda			
$No \left\{ SM_{m}^{n}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) \right\} > S$	18	16	14
Region pogodan za watermarking	DA	DA	DA
$No_{Ref}=14$, ukupan broj tačaka je 20	Stacionarni regioni		
Region slike			
Region S-metoda			
$No \left\{ SM_{m}^{n}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) \right\} > S$	8	4	0
Region pogodan za watermarking	NE	NE	NE

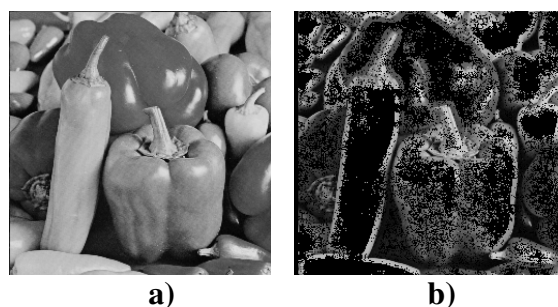
Vrijednost parametra λ odabrana je nakon velikog broja sprovedenih eksperimenata za različite regione i različite slike. Da bi pokazali opravdanost izbora vrijednosti parametra $\lambda=0.7$, u Tabeli 5.4 dati su rezultati izbora regiona za vrijednosti $\lambda=0.65$ i $\lambda=0.75$.

TABELA 5.4. IZBOR REGIONA ZA RAZLIČITE VRIJEDNOSTI PARAMETRA λ

Ukupan broj tačaka je 20	Region 1 Nestacionarni	Region 2 Nestacionarni	Region 3 Stacionarni
Region slike			
Region S-metoda			
Broj tačaka za $\lambda=0.65$	18	18	16
Broj tačaka za $\lambda=0.7$	16	14	8
Broj tačaka za $\lambda=0.75$	10	8	4

Primijetimo da je za $\lambda=0.65$ čak i stacionarni region (Region 3) proglašen kao pogodan za watermarking, dok za $\lambda=0.75$ nestacionarni region (Region 1 i Region 2) nijesu odabrani za umetanje watermarka. Dakle, vrijednost parametra $\lambda=0.7$ pokazuje se kao optimalna.

Pikseli koji pripadaju nestacionarnim regionima (za $\lambda=0.7$) slike Peppers (Slika 5.10.a) prikazani su na Slici 5.10.b (crnom bojom označeni su stacionarni pikseli).



Slika 5.10. a) originalna slika Peppers, b) pikseli slike Peppers pogodni za watermarking

5.3.2 Procedura modelovanja watermarka

Nakon određivanja regiona za umetanje watermarka, potrebno je izvršiti modelovanje watermarka u skladu sa karakteristikama odabranih regiona. Primjenom koncepta prostorno-promjenljivog filtriranja ([115]) može se kreirati watermark sa specifičnim prostorno-frekvencijskim karakteristikama:

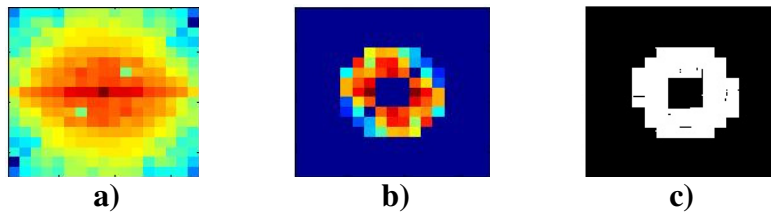
$$w_{key}(n_1, n_2) = \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_2} L_M(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) STFT_p(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2), \quad (5.21)$$

gdje $STFT_p(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)$ označava dvodimenzionu STFT slučajne sekvence $p(n_1, n_2)$. Funkcija oslonca L_M definisana je tako da odgovara najznačajnijim komponentama na srednjim frekvencijama u S-metodu:

$$L_M(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) = \begin{cases} 1 & \text{za } (\omega_1, \omega_2) \in D_m^n \wedge |SM(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)| > S \\ 0 & \text{za } (\omega_1, \omega_2) \notin D_m^n \vee |SM(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2)| \leq S \end{cases}, \quad (5.22)$$

gdje je energetska prag S definisan sa (5.20), dok je region $D_m^n = \{(\omega_1, \omega_2) : \rho_1 < \omega_1, \omega_2 < \rho_2\}$ definisan kao region srednjih frekvencija. Region srednjih frekvencija odabran je da zadovolji kompromis nevidljivosti i robustnosti watermarka. Naime, watermark modelovan u skladu sa sadržajem na niskim frekvencijama imao bi veliku energiju, što bi omogućilo visoku robustnost, ali bi izazvalo i vidljivost watermarka. S druge strane, region visokih frekvencija pogodan je sa stanovišta nevidljivosti watermarka, ali se u tom slučaju ne obezbjeđuje dobra robustnost watermarka.

Na Slici 5.11.a prikazana je prostorno-frekvencijska reprezentacija visoko nestacionarnog regiona slike, dok je na Slici 5.11.b prikazan region srednjih frekvencija. Funkcija oslonca dobijena primjenom relacije (5.22) data je na Slici 5.11.c.



Slika 5.11. a) Prostorno-frekvencijski region, b) komponente u regionu srednjih frekvencija, c) funkcija oslonca

5.3.3 Umetanje i detekcija watermarka

Procedura umetanja watermarka izvršena je u prostorno-frekvencijskom domenu:

$$I_w(n_1, n_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_2} \left(STFT_I(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) + STFT_{w_{key}}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) \right), \quad (5.23)$$

gdje su sa $STFT_I$ i $STFT_{w_{key}}$ označene STFT originalne slike i watermarka, respektivno.

Originalna i watermarkirana slika Lena prikazane su na Slici 5.12.



a)

b)

Slika 5.12. a) Originalna slika Lena, b) watermarkirana slika Lena

Detekcija watermarka se, takođe, vrši u prostorno-frekvencijskom domenu, što kao rezultat daje veoma dobru detektibilnost watermarka. Naime, informacije o watermarku biće prisutne u velikom broju komponenti u prostorno-frekvencijskom domenu, čak i kada je mali broj piksela watermarkiran. Za detekciju watermarka upotrijebljen je korelacioni detektor koji koristi koeficijente dvodimenzione STFT:

$$D(w_{key}) = \sum_{\omega_1} \sum_{\omega_2} STFT_{I_w}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2) STFT_{w_{key}}(n_1, n_2, \omega_1, \omega_2), \quad (5.24)$$

gdje $STFT_{I_w}$ označava STFT watermarkirane slike. Kao mjera kvaliteta detekcije korišćena je mjera R (relacija (5.12)). Vjerovatnoća greške se, na osnovu mjere R , računa kao:

$$P_{err}(R) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{\sqrt{2}} \right), \quad (5.25)$$

pri čemu su pretpostavljene normalne raspodjele odziva detektora.

Efikasnost procedure watermarkiranja testirana je na većem broju slika, u prisustvu različitih ataka: JPEG kompresije sa faktorima kompresije $QF=80, 60, 50$ i 40 , medijan filtar 3×3 i 5×5 , filtar srednje vrijednosti 3×3 , impulsni šum varijanse 0.01 , Gauss-ov šum varijanse 0.003 . Broj watermarkiranih piksela za posmatrane slike je: 4330 za sliku Lena, 4830 za sliku Peppers, 6015 za sliku Boat, 3304 za sliku F16 i 7833 za sliku Barbara. Originalna i watermarkirana slika Lena prikazane su na Slici 5.10. Mjere kvaliteta detekcije i odgovarajuće vjerovatnoće greške date su u Tabeli 5.5 (kolona SF procedura). Navedena procedura upoređena je sa standardnom procedurom u DCT domenu, koja koristi čitav region srednjih frekvencija, odnosno 22050 koeficijenata za sliku dimenzija 256×256 . Primijetimo da broj korišćenih koeficijenata značajno prevazilazi onaj korišćen u predloženoj proceduri. Tri načina detekcije u DCT domenu su posmatrana: standardni korelacioni detektor $D_1 = \sum_{i=1}^L I_{wi} w_i$ (DCT – korelacioni detektor u

Tabeli 5.5) , detektor $D_2 = \sum_{i=1}^L \text{sign}(I_{wi}) |I_{wi}|^{-1/2} w_i$ baziran na generalizovanoj Gauss-

ovoj funkciji (DCT – GGF u Tabeli 5.5) i Cauchy-ev detektor $D_3 = \sum_{i=1}^L \frac{2(I_{wi} - \delta)}{(I_{wi} - \delta)^2 + \gamma^2} w_i$

(DCT– Cauchy detektor u Tabeli 5.5).

TABELA 5.5 MJERE EFIKASNOSTI DETEKCIJE I ODGOVARAJUĆE VJEROVATNOĆE GREŠKE

Lena	SF procedura		DCT– korelacioni detektor		DCT - GGF detektor		DCT - Cauchy detektor	
	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}
BEZ ATAKA	8.5	$9.4 \cdot 10^{-18}$	6.6	$2 \cdot 10^{-11}$	7.2	$3 \cdot 10^{-13}$	7.4	$6.8 \cdot 10^{-14}$
JPEG 80	7.4	$6.8 \cdot 10^{-14}$	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	6	$9.8 \cdot 10^{-10}$	6.1	$5.3 \cdot 10^{-10}$
JPEG 60	6.8	$5.2 \cdot 10^{-12}$	3.8	$7.2 \cdot 10^{-5}$	4.9	$4.8 \cdot 10^{-7}$	5	$2.8 \cdot 10^{-7}$
JPEG 50	5.7	$5.9 \cdot 10^{-9}$	3.3	$4.8 \cdot 10^{-4}$	4.4	$5.4 \cdot 10^{-6}$	4.5	$3.4 \cdot 10^{-6}$
JPEG 40	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	3	$1.3 \cdot 10^{-3}$	3.6	$1.6 \cdot 10^{-4}$	3.7	$1 \cdot 10^{-4}$
MEDIJAN 3x3	4.6	$2.1 \cdot 10^{-6}$	3.7	$1 \cdot 10^{-4}$	3.8	$7.2 \cdot 10^{-5}$	4.3	$8.5 \cdot 10^{-6}$
MEDIJAN 5x5	2.9	$1.9 \cdot 10^{-3}$	2.1	$1.8 \cdot 10^{-2}$	2.1	$1.8 \cdot 10^{-2}$	2.3	$1.1 \cdot 10^{-2}$
IMPULSNI ŠUM	7.2	$3 \cdot 10^{-13}$	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	5.7	$6 \cdot 10^{-9}$	5.8	$3.3 \cdot 10^{-9}$
GAUSS-OV ŠUM	7.4	$6.8 \cdot 10^{-14}$	5.4	$3.3 \cdot 10^{-8}$	5.8	$3.3 \cdot 10^{-9}$	5.9	$1.8 \cdot 10^{-9}$
SREDNJA VR. 3x3	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	3.2	$6.8 \cdot 10^{-4}$	3.5	$2.3 \cdot 10^{-4}$	3.8	$7.2 \cdot 10^{-5}$
Peppers	SF procedura		DCT– korelacioni detektor		DCT - GGF detektor		DCT - Cauchy detektor	
	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}
BEZ ATAKA	9.3	$7 \cdot 10^{-21}$	6.3	$1.4 \cdot 10^{-10}$	7.6	$1.5 \cdot 10^{-14}$	7.7	$6.8 \cdot 10^{-15}$
JPEG 80	8.3	$5.2 \cdot 10^{-17}$	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	6.8	$5.2 \cdot 10^{-12}$	6.9	$2.6 \cdot 10^{-12}$
JPEG 60	7.6	$1.4 \cdot 10^{-14}$	3.9	$4.8 \cdot 10^{-5}$	5.7	$6 \cdot 10^{-9}$	5.7	$6 \cdot 10^{-9}$
JPEG 50	6.7	$1 \cdot 10^{-11}$	3.6	$1.6 \cdot 10^{-4}$	5	$2.8 \cdot 10^{-7}$	5.1	$1.7 \cdot 10^{-7}$
JPEG 40	5.8	$3.3 \cdot 10^{-9}$	2.9	$1.9 \cdot 10^{-3}$	4.1	$2 \cdot 10^{-5}$	4.3	$8.5 \cdot 10^{-6}$
MEDIJAN 3x3	5.2	$9.9 \cdot 10^{-8}$	3.1	$9.6 \cdot 10^{-4}$	4.3	$8.5 \cdot 10^{-6}$	5.4	$3.3 \cdot 10^{-8}$
MEDIJAN 5x5	3.7	$1 \cdot 10^{-4}$	2	$2.2 \cdot 10^{-2}$	2.1	$1.8 \cdot 10^{-2}$	2.3	$1.1 \cdot 10^{-2}$
IMPULSNI ŠUM	8.4	$2.2 \cdot 10^{-17}$	5.1	$1.7 \cdot 10^{-7}$	5.5	$1.9 \cdot 10^{-8}$	5.5	$1.9 \cdot 10^{-8}$
GAUSS-OV ŠUM	8.5	$9.4 \cdot 10^{-18}$	5.1	$1.7 \cdot 10^{-7}$	5.3	$5.8 \cdot 10^{-8}$	5.4	$3.3 \cdot 10^{-8}$
SREDNJA VR. 3x3	4.8	$7.9 \cdot 10^{-7}$	2.5	$6.2 \cdot 10^{-3}$	2.6	$4.7 \cdot 10^{-3}$	2.9	$1.9 \cdot 10^{-3}$

F16	SF procedura		DCT– korelacioni detektor		DCT - GGF detektor		DCT - Cauchy detektor	
	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}
BEZ ATAKA	8.1	2.7·10 ⁻¹⁶	5.6	1.1·10 ⁻⁸	6.1	5.3·10 ⁻¹⁰	6.5	4·10 ⁻¹¹
JPEG 80	7	1.2·10 ⁻¹²	4.1	2·10 ⁻⁵	5.2	9.9·10 ⁻⁸	5.4	3.3·10 ⁻⁸
JPEG 60	6.1	5.3·10 ⁻¹⁰	3.3	4.8·10 ⁻⁴	4.6	2.1·10 ⁻⁶	4.7	1.3·10 ⁻⁶
JPEG 50	5.8	3.3·10 ⁻⁹	2.7	3.5·10 ⁻³	3.7	1·10 ⁻⁴	3.7	1·10 ⁻⁴
JPEG 40	5.1	1.7·10 ⁻⁷	2.3	1·10 ⁻²	2.8	2.6·10 ⁻³	3	1.3·10 ⁻³
MEDIJAN 3x3	4.9	4.8·10 ⁻⁷	3.3	4.8·10 ⁻⁴	3.8	7.2·10 ⁻⁵	4.1	2·10 ⁻⁵
MEDIJAN 5x5	2.7	3.5·10 ⁻³	2	2.2·10 ⁻²	2.1	1.8·10 ⁻²	2.2	1.4·10 ⁻²
IMPULSNI ŠUM	6.4	7.7·10 ⁻¹¹	4.6	2.1·10 ⁻⁶	5.3	5.8·10 ⁻⁸	5.4	3.3·10 ⁻⁸
GAUSS-OV ŠUM	6.4	7.7·10 ⁻¹¹	4.7	1.3·10 ⁻⁶	5.4	3.3·10 ⁻⁸	5.4	3.3·10 ⁻⁸
SREDNJA VR. 3x3	5.3	5.8·10 ⁻⁸	2.3	1·10 ⁻²	2.7	3.5·10 ⁻³	3.1	9.6·10 ⁻⁴
Boat	SF procedura		DCT– korelacioni detektor		DCT - GGF detektor		DCT - Cauchy detektor	
	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}
BEZ ATAKA	9.4	2.7·10 ⁻²¹	5.8	3.3·10 ⁻⁹	6.9	2.6·10 ⁻¹²	7.3	1.4·10 ⁻¹³
JPEG 80	8.3	5.2·10 ⁻¹⁷	4.8	7.9·10 ⁻⁷	5.8	3.3·10 ⁻⁹	6	9.8·10 ⁻¹⁰
JPEG 60	7.8	3.1·10 ⁻¹⁵	4.2	1.3·10 ⁻⁵	5.1	1.7·10 ⁻⁷	5.2	9.9·10 ⁻⁸
JPEG 50	6.8	5.2·10 ⁻¹²	3.9	4.8·10 ⁻⁵	4.5	3.4·10 ⁻⁶	4.5	3.4·10 ⁻⁶
JPEG 40	6.1	5.3·10 ⁻¹⁰	3.2	6.8·10 ⁻⁴	3.6	1.6·10 ⁻⁴	3.7	1·10 ⁻⁴
MEDIJAN 3x3	4.9	4.8·10 ⁻⁷	3.1	9.6·10 ⁻⁴	4	3.2·10 ⁻⁵	4.1	2.1·10 ⁻⁵
MEDIJAN 5x5	3.2	6.8·10 ⁻⁴	2	2.2·10 ⁻²	2.2	1.4·10 ⁻²	2.2	1.4·10 ⁻²
IMPULSNI ŠUM	8.4	2.2·10 ⁻¹⁷	4.9	4.8·10 ⁻⁷	5.7	6·10 ⁻⁹	5.8	3.3·10 ⁻⁹
GAUSS-OV ŠUM	8.2	1.2·10 ⁻¹⁶	4.8	7.9·10 ⁻⁷	5.7	6·10 ⁻⁹	5.7	6·10 ⁻⁹
SREDNJA VR. 3x3	5.2	9.9·10 ⁻⁸	4.6	2.1·10 ⁻⁶	4.6	2.1·10 ⁻⁶	4.8	7.9·10 ⁻⁷
Barbara	SF procedura		DCT– korelacioni detektor		DCT - GGF detektor		DCT - Cauchy detektor	
	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}	R	P _{err}
BEZ ATAKA	9.6	4·10 ⁻²²	6.6	2·10 ⁻¹¹	7.9	1.4·10 ⁻¹⁵	8.3	5.2·10 ⁻¹⁷
JPEG 80	8.7	1.6·10 ⁻¹⁸	5.5	1.9·10 ⁻⁸	6.7	1·10 ⁻¹¹	7	1.3·10 ⁻¹²
JPEG 60	7.8	3.1·10 ⁻¹⁵	4.7	1.3·10 ⁻⁶	5.6	1.1·10 ⁻⁸	5.9	1.8·10 ⁻⁹
JPEG 50	6.8	5.2·10 ⁻¹²	4.2	1.3·10 ⁻⁵	4.9	4.8·10 ⁻⁷	5	2.8·10 ⁻⁷
JPEG 40	6.1	5.3·10 ⁻¹⁰	3.5	2.3·10 ⁻⁴	3.9	4.8·10 ⁻⁵	4.1	2·10 ⁻⁵
MEDIJAN 3x3	4.8	7.9·10 ⁻⁷	3.1	9.6·10 ⁻⁴	3.6	1.6·10 ⁻⁴	3.9	4.8·10 ⁻⁵
MEDIJAN 5x5	2.8	2.6·10 ⁻³	1.9	2.8·10 ⁻²	2.1	1.8·10 ⁻²	2.2	1.4·10 ⁻²
IMPULSNI ŠUM	8.5	9.4·10 ⁻¹⁸	5.1	1.7·10 ⁻⁷	5.7	6·10 ⁻⁹	6	9.8·10 ⁻¹⁰
GAUSS-OV ŠUM	8.4	2.2·10 ⁻¹⁷	5.3	5.8·10 ⁻⁸	5.6	1.1·10 ⁻⁸	5.8	3.3·10 ⁻⁹
SREDNJA VR. 3x3	5.8	3.3·10 ⁻⁹	3.3	4.8·10 ⁻⁴	3.4	3.4·10 ⁻⁴	3.5	2.3·10 ⁻⁴

Primijetimo da watermarkiranje u prostorno-frekvencijskom domenu u svim slučajevima daje znatno manju vjerovatnoću greške u poređenju sa procedurom watermarkiranja u DCT domenu.

5.4 DIGITALNI VIDEO WATERMARKING PRIMJENOM KOMBINOVANE VREMENSKO-FREKVENCIJSKE I PROSTORNO- FREKVENCIJSKE ANALIZE

Za analizu video signala je kombinovana vremensko-frekvencijska i prostorno-frekvencijska analiza. Prostorno-frekvencijska analiza se koristi unutar jednog frejma, dok se vremensko-frekvencijska analiza primjenjuje za praćenje odabranog piksela (x,y) u sekvenci frejmova, [106]. Procedura watermarkiranja video signala koristi piksele čiji se prostorno-frekvencijski sadržaj ne mijenja u vremenu. Najprije se, na osnovu prethodno opisane procedure, biraju nestacionarni prostorno-frekvencijski regioni. Zatim se

vremensko-frekvencijska analiza koristi za određivanje stacionarnosti prostorno-frekvencijskih regiona u okviru određenog broja frejmova. Region se smatra stacionarnim, ako se odgovarajući region piksela ne mijenja tokom vremena. Najčešće nije potrebno pojedinačno analizirati svaki piksel unutar regiona, već se odluka o stacionarnosti u vremenu može donijeti na osnovu centralnog piksela i 4 piksela u uglovima regiona. Piksel na poziciji (x,y) se koristi za watermarking ukoliko pripada prostorno-frekvencijski nestacionarnom regionu čiji se sadržaj ne mijenja (ili vrlo neznatno mijenja usljed šuma) u vremenu. Pošto je analiza stacionarnosti prostornog regiona opisana u prethodnom dijelu, ovdje će biti posmatrana procedura za određivanje stacionarnosti u vremenu.

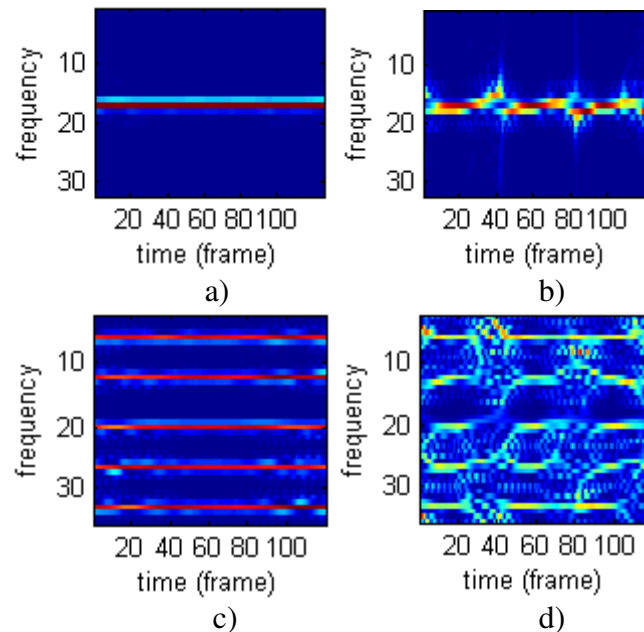
Za analizu stacionarnosti piksela $I(x,y)$ u trajanju od K uzastopnih frejmova posmatrana je sekvenca piksela na poziciji (x,y) (koja je prethodno odabrana kao nestacionarna):

$$I_n(x,y) = [I_1(x,y), I_2(x,y), I_3(x,y), \dots, I_K(x,y)]. \quad (5.26)$$

Na osnovu sekvence $I_n(x,y)$ kreira se frekvencijski modulisan signal $z(n)$:

$$z(n) = e^{j\mu(I_n(x,y) - \overline{I_n}(x,y)) \cdot n}, \quad (5.27)$$

gdje je $\overline{I_n}(x,y) = \text{mean}(I_n(x,y))$, dok je μ konstanta, koja u posmatranim primjerima ima vrijednost 0.0016. Vremensko-frekvencijska reprezentacija signala $z(n)$ dobijena primjenom S-metoda, za slučaj piksela stacionarnog u okviru $K=120$ frejmova, prikazana je na Slici 5.13.a., dok je za slučaj piksela koji se mijenja usljed kretanja objekta, prikazana je na Slici 5.13.b. Rezultati praćenja 5 piksela unutar odabranih regiona (centralni i 4 piksela u uglovima regiona) prikazani su na Slici 5.13.c i Slici 5.13.d, za slučaj vremenski stacionarnog i vremenski nestacionarnog regiona, respektivno.

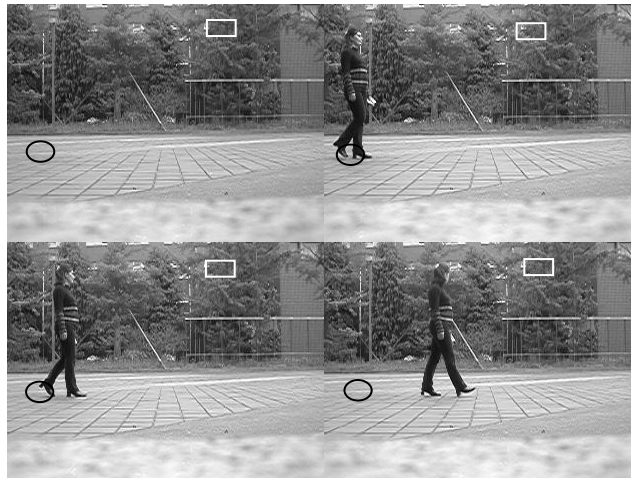


Slika 5.13. S-metod za signal $z(n)$ u trajanju od $K=120$ frejmova: a) stacionarni piksel, b) piksel koji se mijenja u vremenu, c) region karakterisan sa pet stacionarnih piksela, d) region karakterisan sa pet piksela koji se mijenjaju

Da bi ilustrirali efikasnost predložene procedure, posmatrana je video sekvenca trajanja 120 frejmova. Na Slici 5.14 prikazana je originalna video sekvenca u kojoj su naznačene pozicije objekta u određenim frejmovima. Dodatno su na Slici 5.15 naznačena dva tipa piksela: stacionarni piksel (označen bijelim kvadratom) i nestacionarni piksel u vremenu (označen crnom elipsom).



Slika 5.14. Pozicija objekta u frejmovima 10, 20, 30, 40, 50



Slika 5.15. Stacionarni piksel (bijeli pravougaonik) i piksel koji se mijenja usljed kretanja objekta (označen crnom elipsom) u frejmovima 1, 23, 33 i 50

Pikseli nestacionarnih prostornih regiona koji se ne mijenjaju u toku K frejmova biće watermarkirani, nakon čega se postupak ponavlja za narednih K frejmova. Očigledno je da broj piksela koji se koriste za umetanje watermarka zavisi od broja frejmova. Stoga K treba birati tako da se obezbijedi dovoljan broj piksela za detekciju watermarka. Eksperimentalno je utvrđeno da se zadovoljavajuća detekcija u okviru jednog frejma dobija ako je makar 600 piksela watermarkirano primjenom procedure korišćene za watermarking slike.

Robustnost watermarka testirana je za slučaj nekomprimovanog videa (avi format), kao i nakon MPEG4 kompresije (Tabela 5.6). Za sve posmatrane sekvence dobijena je mala vjerovatnoća greške pri detekciji watermarka i nakon primjene MPEG 4 kompresije.

TABELA 5.6 MJERA EFIKASNOSTI I VJEROVATNOĆE GREŠKE DETEKCIJE WATRMARKA U VIDEO SEKVENCAMA

	Nekomprimovani video		Komprimovani video (MPEG4)	
	R	Perr	R	Perr
Sekvenca 1	8.5	$9.5 \cdot 10^{-18}$	3.4	$3.3 \cdot 10^{-4}$
Sekvenca 2	8.9	$2.8 \cdot 10^{-19}$	3.6	$1.5 \cdot 10^{-4}$
Sekvenca 3	9.1	$4.5 \cdot 10^{-20}$	3.75	$8.8 \cdot 10^{-5}$

Zaključak

U radu je najprije analizirana generalizovana forma standardnih vremensko-frekvencijskih distribucija sa kompleksnim argumentom vremena, koja može da omogući proizvoljno visoku koncentraciju trenutne frekvencije za slučaj multikomponentnih signala. Da bi se obezbijedila efikasna analiza signala u prisustvu kombinovanog impulsnog i Gauss-ovog šuma definisane su robustne distribucije sa kompleksnim argumentom.

Značajan dio rada bavi se hardverskom realizacijom vremensko-frekvencijskih distribucija. Posebno su razmatrane realizacije distribucija sa kompleksnim argumentom vremena i robustne distribucije. Kod distribucija sa kompleksnim argumentom su, za proizvoljan red distribucije, predložene paralelna i serijska arhitektura. Pogodnim dimenzionisanjem registara postignuto je poboljšanje tačnosti računanja distribucije, u odnosu na tačnost dobijenu softverskom realizacijom. Na bazi paralelne arhitekture, dizajniran je FPGA čip za implementaciju koncentracione funkcije, koji obezbjeđuje veliku brzinu rada u realnom vremenu. Time, distribucije sa kompleksnim argumentom, postaju dostupne i pogodne za korišćenje u praktičnim aplikacijama. Za distribuciju četvrtog reda sa kompleksnim argumentom FPGA implementacija ima nekoliko stotina puta manje kašnjenje u odnosu na softversku realizaciju. Napomenimo da je implementacija matematičkih funkcija (prirodnog logaritma, sinusa i kosinusa) prilagođena realizaciji koncentracione funkcije. U radu je, takođe, predložena hardverska realizacija robustne STFT i robustnog S-metoda. Za operaciju sortiranja predložena je rekurzivna realizacija Bitonic sort algoritma. Dizajnirana je mašina stanja koja automatski generiše kontrolne signale. FPGA implementacija predloženog sistema pokazuje da se primjenom ovog algoritma može postići brzo računanje robustnih vremensko-frekvencijskih distribucija.

Teza se bavi i primjenom vremensko-frekvencijske analize u digitalnom watermarkingu govornih signala, slike i video signala. U proceduri watermarkiranja govornih signala, zasnovanoj na umetanju binarnog logo-a, vremensko-frekvencijska

analiza je upotrijebljena za izdvajanje dijelova signala pogodnih za umetanje logo-a. Pokazano je da predloženi pristup omogućava pouzdanu ekstrakciju logo-a nakon raznih ataka, kao što su: MP3 kompresija, filtriranje, prisustvo šuma, rekvantizacija. Primjena prostorno-frekvencijske analize u watermarkiranju slike, obezbjeđuje veoma nisku vjerovatnoću greške prilikom detekcije watermarka nakon standardnih obrada slike, kao što su: JPEG kompresija, filtriranje i dodavanje šuma. Efikasna procedura za watermarkiranje video signala realizovana je korišćenjem kombinovane vremensko-frekvencijske i prostorno-frekvencijske analize.

Nastavak istraživanja može se odvijati u nekoliko pravaca:

- Proširivanje koncepta robustne analize na distribucije sa kompleksnim argumentom u ambiguity domenu i distribucije sa višestrukim prozorima
- Hardverska realizacija robustnih distribucija sa kompleksnim argumentom
- Hardverska implementacija razmatranih watermarking algoritama
- Preciznije karakterisanje stacionarnosti regiona slike primjenom sopstvenih vrijednosti

Literatura

- [1] L. Cohen: Time-frequency analysis, Prentice-Hall, 1995.
- [2] B. Boashash, Time-frequency signal analysis, Elsevier, Oxford, UK, 2003.
- [3] F. Hlawatsch, G.F. Boudreaux-Bartels, "Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations," *IEEE Signal Processing Magazine* vol. 9, pp. 21-67, 1992.
- [4] LJ. Stanković, Time Frequency Signal Analysis, research monograph 1993-2003.
- [5] L. Cohen, "Time-Frequency Distributions – A Review," *Proc. of the IEEE*, vol. 77 no. 7, pp. 941-981, 1989.
- [6] B. Boashash, "Time-Frequency Signal Analysis," in S. Haykin, editor, *Advances in Spectral Estimation and Array Processing*, Prentice Hall, pp. 418-517, 1991.
- [7] T. A. C. M. Claasen, W. F. G. Mecklenbrauker, "The Wigner distribution – A tool for Time-Frequency Signal Analysis – Part III: Relations with Other Time-Frequency Signal Transformations," edited by Philips J. Res., vol. 35, no. 6, pp. 372-389, 1980.
- [8] B. Boashash, "Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal- Part 1: Fundamentals," *Proc. of the IEEE*, vol. 80, no. 4, pp. 520-538, Apr. 1992.
- [9] F. Hlawatsch, P. Flandrin, "The Interference Structure of the Wigner Distribution and Related Time-Frequency Signal Representations," in *The Wigner Distribution - Theory and Applications in Signal processing*, edited by W. Mecklenbrauker, North Holland Elsevier Science Publishers, 1992.
- [10] LJ. Stanković, "A method for Time-Frequency Signal Analysis," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 42, no. 1, Jan. 1994.
- [11] S. Stanković, LJ. Stanković, "Introducing Time-Frequency Distribution with a "Complex-Time" Argument," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 14, pp. 1265-1267, July 1996.
- [12] LJ. Stanković, "Time-Frequency distributions with complex argument," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 50, no. 3, pp. 475-486, Mar. 2002.

- [13] M. Morelande, B. Senadji, B. Boashash, "Complex-lag polynomial Wigner-Ville distribution," *Proc. of IEEE Speech and Image Technologies for Computing and Telecommunications*, vol. 1, pp. 43-46, Dec. 1997.
- [14] C. Cornu, S. Stanković, C. Ioana, A. Quinquis, LJ. Stanković, "Generalized Representation Derivatives for Regular Signals," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 55, no. 10, pp. 4831-4838, Oct. 2008.
- [15] I. Shafi, J. Ahmad, S. I. Shah, F. M. Kashif, "Evolutionary Time-Frequency Distributions using Bayesian Regularised Neural Network Model," *IET Signal Processing*, vol. 1, no. 2, pp. 97-106, June 2007.
- [16] S. Stanković, I. Orović, "Effects of Cauchy Integral Formula Discretization on the Precision of IF Estimation: Unified Approach to Complex-lag Distribution and its L-Form," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 16, no. 4, pp. 307-310, Apr. 2009.
- [17] S. Stanković, N. Žarić, I. Orović, C. Ioana, "General form of time-frequency distribution with complex-lag argument," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 11, pp. 699-701, May 2008.
- [18] I. Orović, N. Žarić, M. Orlandić, S. Stanković, "A Virtual Instrument for Highly Concentrated Time-Frequency Distributions", *International Conference ETAI 2009*, Ohrid, Macedonia, 2009.
- [19] D. Boutana, B. Barkat, F. Manir, "A Proposed High-Resolution Time-Frequency Distribution for Multicomponent Signal and Speech Signal," *International Journal on Signal Processing*, vol. 1, no. 2, pp. 167-170, 2004.
- [20] I. Orović, S. Stanković, "A Class of Highly Concentrated Time-Frequency Distributions Based on the Ambiguity Domain Representation and Complex-Lag Moment," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2009, article ID 935314, 9 pages
- [21] M. J. Bastiaans, T. Alieva, LJ. Stankovic, "On Rotated Time-Frequency Kernels," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 9, no. 11, pp. 378-381, Nov. 2002.
- [22] M. G. Amin, "Minimum variance time-frequency distributions kernels for signals in additive noise," *IEEE Trans. on Signal Processing.*, vol. 44, pp. 2352-2356, Sept. 1996.

- [23] P. J. Huber, *Robust statistics*, John Wiley&Sons Inc., 1981.
- [24] D. Middleton, "Non-Gaussian noise models in signal processing for telecommunications: New methods and results for class A and class B noise models," *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 45, no. 4, pp. 1129-1150, May 1999.
- [25] V. Katkovnik, "Robust M-periodogram," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 46, no. 11, pp. 3104-3109, 1998.
- [26] V. Katkovnik, I. Djurović, LJ. Stanković, "Instantaneous frequency estimation using robust spectrogram with varying window length," *International Journal on Electronic Communications*, AEU, vol. 54, no. 4, pp. 193-202, 2000.
- [27] V. Katkovnik, I. Djurović, LJ. Stanković, "Robust time-frequency distributions", in "Time-frequency signal analysis and applications," Elsevier, editor B.Boashash, 2003, pp. 392-399.
- [28] I. Djurović, V. Katkovnik, LJ. Stanković, "Median filter based realizations of the robust time-frequency distribution,s," *Signal Processing*, vol. 81, no. 7, pp. 1771-1776, 2001.
- [29] I. Djurović, LJ. Stanković, J. F. Böhme, "Robust L-estimation based forms of signal transforms and time-frequency representations," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 51, no. 7, pp. 1753-1761, July 2003.
- [30] I. Djurović, LJ. Stanković, "Robust Wigner distribution with application to the instantaneous frequency estimation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 49, no.12, pp. 2985-2993, Dec. 2001.
- [31] I. Djurović, LJ. Stanković, B. Barkat, "Robust Time-Frequency Distributions based on the robust short time Fourier transform," *Annales des Telecommunications*, vol. 60, no. 5-6, pp. 681-697, May-June 2005.
- [32] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, "Robust Time-Frequency Distributions with Complex-lag Argument," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, in print
- [33] K. J. R. Liu, "Novel parallel architecture for Short-time Fourier transform," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, vol. 40, no. 12, pp. 786-789, 1993.

- [34] M. G. Amin, K. D. Feng, "Short time Fourier transform using cascade filter structures," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, vol. 42, no. 10, pp. 631-641, Oct. 1995.
- [35] S. Stanković, LJ. Stanković, V. Ivanović, R. Stojanović, "An architecture for the VLSI design of systems for time-frequency analysis and time-varying filtering," *Annals of Telecommunication*, vol. 57, no. 9/10, pp. 974-995, Sept. 2002.
- [36] S. Stanković, LJ. Stanković, "An architecture for the realization of a system for time-frequency analysis," *IEEE Trans. on Circuits and Systems-II*, vol 44, no.7, pp. 600-604, 1997.
- [37] N. Žarić, I. Orović, M. Zogović, S. Stanković, "FPGA Realization of Time-Frequency Distribution with Complex-lag Argument," *International Conference ETAI 2009*, Ohrid, Macedonia, 2009.
- [38] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, "Hardware realization of generalized time-frequency distribution with complex-lag argument," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2009, Article ID 250794, 17 pages.
- [39] A. Papoulis, *Signal Analysis*, McGraw-Hill Book Company, 1997.
- [40] M. Unser, "Recursion in short time signal analysis," *Signal Processing*, vol. 5, no. 5, pp. 229-240, 1983.
- [41] M. G. Amin, "Spectral smoothing and recursion based on the nonstationarity of the autocorrelation function" *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 41, no. 2, pp. 930-934, 1993.
- [42] IEEE standard for binary floating-point arithmetic, Standards Committee of the IEEE Computer Society, USA, 1985.
- [43] Stratix III, device datasheet: DC and Switching Characteristic, Altera Corporation, 2007.
- [44] Cyclone III, device datasheet: DC and Switching Characteristic, Altera Corporation, 2007.
- [45] FFT MegaCore function, Altera Coproration, May 2008.

- [46] R. Andracka, "A Survey of CORDIC Algorithm for FPGA Based. Computers," *Proc. of ACM/SIGDA International Symposium on. FPGAs*, pp. 191-200, Feb. 1998. Monterey, CA.
- [47] J. Hormigo, J. Villalba, E. L. Zapata, "Interval Sine and Cosine Functions Computation Based on Variable-Precision CORDIC Algorithm," *Proc. of the 14th IEEE Symposium on Computer Arithmetic*, pp. 186-193, April, 1999.
- [48] T. Vladimirova, H. Tiggeler, "FPGA Implementation of Sine and Cosine Generators Using the CORDIC Algorithm," *Proc. of 2006 MAPLD International Conference*, Washington, D. C., Sept. 2006.
- [49] K. Batcher, "Sorting Networks and their Applications," *In Proc. of the AFIPS Spring Joint Computing Conference*, vol. 32, 1968.
- [50] J. Jája, *An Introduction to Parallel Algorithms*. Addison-Wesley, Reading, Mass., 1992.
- [51] V. Kumar, A. Grama, A. Gupta, and G. Karypis, *Introduction to Parallel Computing*, Benjamin Cummings, Addison-Wesley, 1994.
- [52] D. E. Knuth, "The Art of Computer Programming," vol. 3., Addison Wesley, Reading Massachusetts, 1973.
- [53] M. Florin, K. E. Schauer, "Optimizing parallel bitonic sort" *11th International Parallel Processing Symposium (IPPS '97)*, pp. 303-309, Geneva, Switzerland, 1997.
- [54] R. Mueller, J. Teubner, G. Alonso, "Data Processing on FPGAs" *Proc. of the 35th Int'l Conference on Very Large Data Bases (VLDB)/Proc. of the VLDB Endowment*, vol. 2, Lyon, France, Aug. 2009.
- [55] J. Harkins, T. El-Ghazawi, E. El-Araby, and M. Huang, "Performance of Sorting Algorithms on the SRC 6 Reconfigurable Computer", *IEEE International Conference On Field-Programmable Technology (FPT 2005)*, pp. 295-296, Singapore, Dec. 2005.
- [56] D. Dhanasekaran, K. B. Bagan, "High speed Pipelined Architecture for Adaptive Median Filter," *European Journal of Scientific Research*, vol. 29, no. 4, pp. 454-460, 2009.

- [57] N. Žarić, S. Stanković, Z. Uskoković, "Hardware realization of the robust time-frequency distributions," submitted to *Digital Signal Processing*.
- [58] F. Hartung, M. Kutter, "Multimedia Watermarking Techniques," *Proceedings of the IEEE – Special Issue on Identification and Protection of Multimedia Information*, vol. 87, no. 7, pp. 1079-1107, July 1999.
- [59] C. I. Podilchuk, E. J. Delp, "Digital Watermarking: Algorithms and Applications," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 18, no. 4, pp. 33-46, July 2001.
- [60] M. Barni, F. Bartolini, *Watermarking Systems Engineering*. New York, Marcel Dekker Inc., 2004.
- [61] I. J. Cox, M. L. Miller, J. A. Bloom, *Digital Watermarking*, Academic Press, 2002.
- [62] H. Yongjian, S. Kwong, "Wavelet Domain Adaptive Visible Watermarking," *Electronics Letters*, vol. 37, no. 20, pp. 1219-1220, Sept. 2001.
- [63] R. B. Wolfgang, C. I. Podilchuk, E. J. Delp, "Perceptual Watermarks for Digital Images and Video," *Proc. of IEEE*, vol. 87, pp. 1108-1126, July 1999.
- [64] J. Meng, S. -F. Chang, "Embedding Visible Video Watermarks in the Compressed Domain," *Int.l Conference on Image Processing ICIP 1998*, vol. 1, pp. 474-477, Oct. 1998.
- [65] S. P. Mohanty, K. R. Ramakrishnan, M. S. Kankanhalli, "A DCT Domain Visible Watermarking Technique for Images," *Proc. IEEE International Conference on Multimedia and Expo, ICME 2000*, vol. 2, pp. 1029-1032, 2000.
- [66] C. -H. Huang, J.-L. Wu, "Attacking Visible Watermarking Schemes," *IEEE Trans. on Multimedia*, vol. 6, no. 1, pp. 16 – 30, Feb. 2004.
- [67] H. Yuan, X. -P. Zhang, "Multiscale Fragile Watermarking Based on the Gaussian Mixture Model," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, no. 10, pp. 3189-3200, Oct. 2006.
- [68] H. Lu, R. Shen, F. -L. Chung, "Fragile Watermarking Scheme for Image Authentication," *Electronics Letters*, vol. 39, no. 12, pp. 898-900, June 2003.
- [69] D. Kundur, D. Hatzinakos, "Towards a Telltale Watermarking Technique for Tamper-Proofing," in *Proc. IEEE Int.l Conference on Image Processing*, vol. 2, pp. 409-413, 1998.

- [70] K. Maeno, Q. Sun, S. -F. Chang, M. Suto, "New Semi-Fragile Image Authentication Watermarking Techniques Using Random Bias and Nonuniform Quantization," *IEEE Trans. on Multimedia* vol. 8, no. 1, pp. 32-45, Feb. 2006.
- [71] E. T. Lin, C. I. Podilchuk, E. J. Delp, "Detection of Image Alterations Using Semi-Fragile Watermarks," *Proceedings of the SPIE International Conference on Security and Watermarking of Multimedia Contents II*, pp. 152-163, Jan. 2000.
- [72] Y. Peng, H. H. Yu, "Semi-Fragile Watermarking System for MPEG Video Authentication," *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing ICASSP 2002*, vol. 4, pp. 3641-3464, May 2002
- [73] N. Kaewkamnerd, K.R. Rao, "Wavelet Based Image Adaptive Watermarking Scheme," *Electronics Letters*, vol. 36, pp. 312-313, Feb. 2000.
- [74] L. Yongliang, X. Yang, H. Yao, T. Huang, W. Gao, "Watermark Detection Schemes with High Security," *International Conference on Information Technology: Coding and Computing ITCC 2005*, vol. 2, pp. 113-117, April 2005.
- [75] V. Edward J. Delp III, Ping W. Wong, "Security and Watermarking of Multimedia Contents," *Proc. of SPIE*, vol. 5020, pp. 553-562, June 2003.
- [76] W. Li, X. Xue, P. Lu, "Localized Audio Watermarking Technique Robust Against Time-Scale Modification," *IEEE Trans. on Multimedia* vol. 8, no. 1, pp. 60-69, Feb. 2006.
- [77] P. Bassia, I. Pitas, A. Nikolaidis, "Robust Audio Watermarking in Time Domain," *IEEE Trans. On Multimedia*, vol. 3, no. 2, pp. 232-241, 2001.
- [78] W. -N. Lie, L. -C. Chang, "Robust and High-Quality Time Domain Audio Watermarking Based on Low-Frequency Amplitude Modulation," *IEEE Trans. on Multimedia*, vol. 8, no. 1, pp. 46-59, Feb. 2006.
- [79] I. G. Karybali, K. Berberidis, "Efficient Spatial Image Watermarking via New Perceptual Masking and Blind detection Schemes," *IEEE Trans. on Information Forensics and Security*, vol. 1, no. 2, pp. 256-274, June 2006.
- [80] N. Nikolaidis, I. Pitas, "Robust Image Watermarking in the Spatial Domain," *Elsevier Signal Processing, Sp. Issue on Copyright Protection and Access control*, vol. 66, no. 3, pp. 385-403, May 1998.

- [81] D. P. Mukherjee, S. Maitra, S. T. Acton, "Spatial Domain Digital Watermarking of Multimedia Objects for Buyer Authentication," *IEEE Trans. on Multimedia*, vol. 6, no. 1, pp. 1-15, Feb. 2004.
- [82] I. Orović, N. Žarić, "Data Hiding Procedure for Image Authentication," *BIHTEL-2006 IV international conference on Telecommunications*, Sarajevo, Oct. 2006.
- [83] M. Barni, F. Bartolini, V. Cappellini, A. Piva, "A DCT Domain System for Robust Image Watermarking," *Signal Processing Special Issue on Watermarking*, vol. 66, no. 3, pp. 357-372, May 1998.
- [84] T. -H. Lan, A. H. Tewfik, "A Novel High-Capacity Data-Embedding System," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, no. 8, pp. 2431-2440. Aug. 2006.
- [85] Q. Sun, S. -F. Chang, "A Secure and Robust Digital Signature Scheme for JPEG2000 Image Authentication," *IEEE Trans. on Multimedia*, vol. 7, no. 3, pp. 480-494, June 2005.
- [86] I. Cox, J. Kilian, T. Leighton, and T. Shamoon, "Secure Spread Spectrum Watermarking for Multimedia," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 6, no. 12, pp. 1673-1687, 1997.
- [87] K. Xiangui, H. Jiwu, Q. S. Yun, L. Yan, "A DWT-DFT Composite Watermarking Scheme Robust to Both Affine Transform and JPEG Compression," *IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 13, no. 8, pp. 776-786, Aug. 2003.
- [88] A. Nikolaidis, I. Pitas, "Asymptotically optimal detection for additive watermarking in the DCT and DWT domains," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 12, no. 5, pp. 563-571, 2003.
- [89] J. R. Hernandez, M. Amado, F. Perez Gonzales, "DCT-domain watermarking techniques for still images: Detector performance analysis and a new structure," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol.9, pp. 55-68, Jan. 2000.
- [90] S. Stanković, I. Djurović, R. Herpers, LJ. Stanković, "An Approach to the Optimal watermark Detection," *AUEU International Journal of Electronic and Communications*, vol. 57, pp. 355-357, 2003.

- [91] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "Robust watermarking procedure based on JPEG-DCT image compression," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 17, no. 4, Oct. 2008, Page(s) 043001
- [92] D. Kundur, D. Hatzinakos, "Digital watermarking using multiresolution wavelet decomposition," *International Conference on Acoustic, Speech and Signal Processing (ICASP)*, vol. 5. pp. 2969-2972, Seattle, Washington, USA. 1998.
- [93] P. Loo, N. G. Kingsbury, "Digital Watermarking using Complex Wavelets," *Proc. IEEE Conf. on Image Processing*, Vancouver, Sept. 2000, paper 3608.
- [94] A. Briassouli, M. G. Strintzis, "Locally Optimum Nonlinearities for DCT Watermark Detection," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 13, no. 12, pp. 1604-1618, Dec. 2004.
- [95] G. Bors, I. Pitas. "Image Watermarking Using DCT Domain Constraints," (ICIP'96) *IEEE International Conference on Image Processing*, vol. 3. pp. 231-234, September 1996.
- [96] Q. Cheng, T. S. Huang, "An Additive Approach to Transform-Domain Information Hiding and Optimum Detection Structure," *IEEE Trans. on Multimedia*, vol. 3, no. 3, pp. 273-284, Sept 2001.
- [97] S. Stankovic, I. Djurovic, I. Pitas, "Watermarking in the space/spatial-frequency domain using two-dimensional Radon-Wigner distribution," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 10, pp. 650-658, Apr. 2001.
- [98] I. Djurović, S. Stanković, I. Pitas, "Digital Watermarking in the Fractional Fourier Transformation Domain," *Journal of Network and Computer Applications*, Academic Press, vol. 24, no. 2, Apr. 2001.
- [99] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, C. Ioana, "An Approach to Digital Watermarking of Speech Signals in the Time-Frequency Domain," *Proc. ELMAR 2006.*, pp. 127-130, June 2006, Zadar, Croatia.
- [100] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, C. Ioana, "Digitalni watermarking govornih signala zasnovan na vremenski promjenljivom filtriranju", IT-2006, Žabljak.

- [101] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "Robust speech watermarking in the time-frequency domain," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, Issue ID 519206, May 2008, Page(s) 9
- [102] I. Orović, P. Zogović, N. Žarić, S. Stanković, "Speech Signals Protection via Logo Watermarking based on the Time-Frequency Analysis," *Annals of Telecommunication*, vol. 63, no. 5-6, pp. 276-284, May 2008.
- [103] S. Stankovic, I. Djurovic, I. Pitas, "Watermarking in the space/spatial-frequency domain using two-dimensional Radon-Wigner distribution," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 10, pp. 650-658, Apr. 2001.
- [104] B. G. Mobaseri, "Digital watermarking in the joint time-frequency domain," *IEEE International Conference on Image Processing*, vol. 3, pp. 481-484, Sept. 2002, New York
- [105] M. Al-khassaweneh, S. Aviyente, "A time-frequency inspired robust image watermarking," in *IEEE Conference Record of the 38-th Asilomar Conference*, vol. 1, pp. 392-396, 2004.
- [106] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "An Application of Multidimensional Time-Frequency Analysis as a base for the Unified Watermarking Approach," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, no. 3, pp.736-745, March 2010.
- [107] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, C. Ioana, "Two Dimensional Time-Frequency Analysis based Eigenvalue Decomposition Applied to Image Watermarking," *Multimedia Tools and Applications Journal*, in print
- [108] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, C. Ioana, "Space/Spatial-Frequency Based Image Watermarking," in *Proc. 50th International Symposium ELMAR 2008.*, pp.101-104, Sept. 2008., Zadar, Croatia.
- [109] I. Orovic, D. Nikcevic, N. Zaric, S. Stankovic, "Modelovanje muzickih signala u vremensko-frekvencijskom domenu", IT-2006, Žabljak.
- [110] D. Nikčević, I. Orović, S. Stanković, "Tehnike filtriranja muzičkih signala zasnovane na vremensko-frekvencijskoj reprezentaciji," IT-2006, Žabljak.

- [111] C. L. Brown, A. M. Zoubir, "A Nonparametric Approach to Signal Detection in Impulsive Interference," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 48, no. 9, pp.2665-2669, Sept. 2000.
- [112] V. M. Potdar, S. Han, E. Chang, "A survey of digital image watermarking techniques," *Proc. of IEEE's 3rd International Conference on Industrial Informatics*, INDIN'05, pp. 709-716, August 2005.
- [113] S. Stanković, "About Time-Variant Filtering of Speech Signals with Time-Frequency Distributions for Hands-Free Telephone Systems," *Signal Processing*, vol.80, no.9, pp. 1777 – 1785, 2000.
- [114] S. Stanković, LJ. Stanković, Z. Uskoković, 'On the Local Frequency, Group Shift and Cross Terms in Some Multidimensional Time-Frequency Distributions; A method for Multidimensional Time-Frequency Analysis', *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 43, no. 7, pp. 1719-1724, 1995.
- [115] LJ. Stankovic, S. Stankovic, I. Djurovic, "Space/Spatial-Frequency Based Filtering," *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 48, no. 8, Aug. 2000.
- [116] D. Heeger, "Signal Detection Theory," Deptment of Psychics, Stanford University, Stanford, CA, Teaching Handout, Nov. 1997.
- [117] T. D. Wickens, *Elementary Signal Detection Theory*,. Oxford, U.K. Oxford University Press, 2002.

Lista Referenci Mr Nikole Žarića

Radovi publikovani u časopisima

- [1] I. Orović, P. Zogović, N. Žarić, S. Stanković, "Speech Signals Protection via Logo Watermarking based on the Time-Frequency Analysis," *Annals of Telecommunication*, vol. 63, no. 5-6, pp. 276-284, May 2008.
- [2] S. Stanković, N. Žarić, I. Orović, C. Ioana, "General form of time-frequency distribution with complex-lag argument," *Electronics Letters*, vol. 44, no. 11, pp. 699-701, May 2008.
- [3] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "Robust speech watermarking in the time-frequency domain," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, Issue ID 519206, May 2008, Page(s) 9
- [4] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "Robust watermarking procedure based on JPEG-DCT image compression," *Journal of Electronic Imaging*, vol. 17, no. 4, Oct. 2008, Page(s) 043001
- [5] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, "Hardware realization of generalized time-frequency distribution with complex-lag argument," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2009, Article ID 250794, 17 pages.
- [6] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, "An Application of Multidimensional Time-Frequency Analysis as a base for the Unified Watermarking Approach," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 1, no. 3, pp.736-745, March 2010.
- [7] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, C. Ioana, "Two Dimensional Time-Frequency Analysis based Eigenvalue Decomposition Applied to Image Watermarking," *Multimedia Tools and Applications Journal*, in print
- [8] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, "Robust Time-Frequency Distributions with Complex-lag Argument," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, in print

Radovi prijavljeni za recenziju

- [9] N. Žarić, S. Stanković, Z. Uskoković, “Hardware realization of the robust time-frequency distributions,” submitted to *Digital Signal Processing*.

Radovi objavljeni na konferencijama

- [10] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, C. Ioana, “Digitalni watermarking govornih signala zasnovan na vremenski promjenljivom filtriranju”, *IT-2006*, Žabljak
- [11] I. Orović, D. Nikčević, N. Žarić, S. Stanković, “Modelovanje muzickih signala u vremensko-frekvencijskom domenu”, *IT-2006*, Žabljak.
- [12] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, C. Ioana, “An Approach to Digital Watermarking of Speech Signals in the Time-Frequency Domain,” *Proc. ELMAR 2006*, pp. 127-130, Zadar, June 2006.
- [13] I. Orović, N. Žarić, “Data Hidding Procedure for Image Authentication,” *BIHTEL IV international conference on Telecommunications*, Sarajevo, Oct 2006.
- [14] N. Žarić, I. Orović, S. Stanković, C. Ioana, “Space/Spatial-Frequency Based Image Watermarking,” in *Proc. 50th International Symposium ELMAR 2008*, pp.101-104, 2008.
- [15] I. Orović, N. Žarić, M. Orlandić, S. Stanković, “A Virtual Instrument for Highly Concentrated Time-Frequency Distributions“, *International Conference ETAI 2009*, Ohrid, Macedonia, 2009.
- [16] N. Žarić, I. Orović, M. Zogović, S. Stanković, “FPGA Realization of Time-Frequency Distribution with Complex-lag Argument,” *International Conference ETAI 2009*, Ohrid, Macedonia, 2009.

Publikacije koje nijesu vezane za doktorsku tezu

- [17] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, M. Daković, “Osnovi Poslovne Informatike i Informacioni Sistemi 1“, udžbenik, Fakultet za Turizam i Hotelijerstvo, 2008.
- [18] I. Orović, N. Žarić, S. Stanković, “Osnovi Poslovne Informatike i Informacioni Sistemi 2“, udžbenik, Fakultet za Turizam i Hotelijerstvo, 2008.
- [19] S. Stanković, I. Orović, N. Žarić, “Primjena računara u Elektrotehnici 2“ Udžbenik za II razred srednje elektrotehničke škole, u štampi